

Экономико-математические методы и модели Economic & mathematical methods and models

Научная статья

УДК 519.86

DOI: <https://doi.org/10.18721/JE.16307>



ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ БОЛЬШИХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

А.В. Брагин^{1,2} , А.Р. Бахтизин¹ 

¹ Центральный экономико-математический институт РАН
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки,
Москва, Российская Федерация;

² Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Москва, Российская Федерация

✉ research@alexbragin.com

Аннотация. Агент-ориентированные экономические модели являются бесценным инструментом для понимания сложных экономических систем, проведения имитационного моделирования больших популяций и обоснования принимаемых решений. Однако вычислительные потребности крупномасштабных агент-ориентированных моделей часто требуют значительных ресурсов, что в свою очередь ограничивает их доступность как для исследователей, так и для пользователей этих моделей. В этой работе исследуются детали программной реализации разработанных в разное время экономических моделей Швеции, с основным акцентом на модель SVERIGE и дополнительным обсуждением моделей SESIM, SUNDSVAL и MICROHUS. Изучая эти модели и их успешные реализации в то время, когда компьютерного оборудования было менее производительным, были выведены эффективные подходы к разработке программного обеспечения для современных вычислительных систем, не требующих суперкомпьютеров. Эти подходы включают алгоритмическую оптимизацию, методы управления памятью, использование возможностей современного оборудования и использование библиотек с открытым исходным кодом, фреймворков и облачных вычислений. Результаты работы показывают, что можно создавать крупномасштабные агентные экономические модели, которые одновременно эффективны в вычислительном отношении и доступны. Это особенность имеет несколько важных последствий. Например, устранение узких мест в вычислениях помогает сократить затраты и время, необходимые для моделирования, что делает эти модели более доступными для более широкого круга исследователей. Обеспечение эффективного выполнения крупномасштабных экономических агент-ориентированных моделей может привести к более обоснованной разработке и реализации государственной экономической политики за счёт лучшего понимания потенциальных последствий принятых решений. Также, это исследование способствует продвижению интересов открытой науке и воспроизводимости научных результатов в области агент-ориентированного моделирования, подчеркивая важность эффективных подходов к разработке программного обеспечения и отдавая предпочтение библиотекам и фреймворкам с открытым исходным кодом. Дальнейшим направлением исследований в этой области является разработка методов и инструментов для создания экономических моделей стран с большей численностью населения, таких, как Россия.

Ключевые слова: агент-ориентированные модели, экономические модели, модель страны, Швеция

Для цитирования: Брагин А.В., Бахтизин А.Р. (2023) Особенности реализации больших экономических моделей. П-Economy, 16 (3), 107–122. DOI: <https://doi.org/10.18721/JE.16307>



IMPLEMENTATION FEATURES OF LARGE ECONOMIC MODELS

A.V. Bragin^{1,2} , A.R. Bakhtizin¹ 

¹ Central Economics and Mathematics Institute of RAS,
Moscow, Russian Federation;

² Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, Russian Federation

✉ research@alexbragin.com

Abstract. Agent-based economic models are invaluable tools for understanding complex economic systems and informed political decisions. However, the computational demands of large-scale agent-based models often require significant resources, limiting their accessibility to researchers and policymakers. This study investigates the software implementation details of historical agent-based economic models of Sweden, with a primary focus on the SVERIGE model and additional discussions on SESIM, SUNDSVAL, and MICROHUS. By examining these models and their successful implementations during periods of less capable computer hardware, we derive efficient software development approaches for modern computing systems that do not require supercomputers. These approaches include algorithmic optimizations, memory management techniques, leveraging modern hardware capabilities, and utilizing open-source libraries, frameworks, and cloud computing. Our findings demonstrate that it is possible to create large-scale agent-based economic models, which are both computationally efficient and accessible and have several important implications for the field of agent-based modeling and related disciplines. Addressing the computational bottleneck can help reduce the cost and time required for simulations, making these models more accessible to a wider range of researchers. Enabling the efficient execution of large-scale agent-based economic models can lead to better-informed policy formulation and implementation by better understanding of the potential consequences of these decisions. In addition, our study contributes to the growing movement towards open science and reproducibility in agent-based modeling by emphasizing the importance of efficient software development approaches and promoting open-source libraries and frameworks. A further direction of research in this area is the development of methods and tools for creating economic models for countries with a larger population, such as Russia.

Keywords: agent-based modeling, economic model, country model, Sweden

Citation: Bragin A.V., Bakhtizin A.R. (2023) Implementation features of large economic models. *П-Economy*, 16 (3), 107–122. DOI: <https://doi.org/10.18721/JE.16307>

Введение

Актуальность

При экономическом моделировании больших групп населения и сложных взаимодействий (например, моделирование стран) с помощью агентного подхода часто возникают проблемы с недостатком вычислительных ресурсов. Изучая детали программной реализации уже созданных моделей и разрабатывая эффективные подходы к разработке программного обеспечения, возможно обеспечить эффективное выполнение крупномасштабных агент-ориентированных экономических, не обязательно полагаясь на суперкомпьютеры, что даёт несколько важных последствий как для области агентного моделирования, так и для смежных дисциплин. Устранение узких мест (“bottlenecks”) в программной реализации таких моделей помогает снизить затраты и время, необходимые для моделирования, сделав эти модели более доступными для более широкого круга исследователей. Что в свою очередь позволит исследователям использовать эти модели для различных целей в области экономики, социодемографии и политики. Эффективная реализация крупномасштабных агентных экономических моделей может способствовать междисциплинарным исследованиям, позволяя сотрудничать и обмениваться идеями между исследователями из



разных областей, таких как экономика, социология и компьютерные науки. Также эта работа соответствует набирающему популярности подходу к открытой науке и воспроизводимости результатов, применительно к области агентного моделирования, подчеркивая важность эффективных подходов к разработке программного обеспечения. Обеспечение надежности и достоверности результатов исследований является ключевым принципом современных научных исследований, и данное исследование полностью поддерживает эту цель.

Ключевой особенностью является то, что эффективные подходы к разработке программного обеспечения, рассмотренные в этой работе, могут быть применены не только к агентным экономическим моделям Швеции, но и к моделям, разработанным для других стран и регионов.

Литературный обзор

Подавляющее большинство уже разработанных агент-ориентированных экономических и социодемографических моделей в силу ограничений аппаратного обеспечения (вычислительной мощности и оперативной памяти) представляют агентами не каждого индивидуального человека, а группу людей в некотором масштабе. Например, в модели пространственного развития научно-технической сферы в РФ [1] популяция агентов-людей в 100 раз меньше реальной численности населения России. В модели образовательной миграции населения Вологодской области [2], реализованной с использованием программы AnyLogic, модель ограничена одним регионом и по самой цели предполагает изучение поведения ограниченного круга лиц, которые хотят получить высшее образование. Модель изучения экономических показателей низкой фертильности [3] основывается на показателях фертильности и социальных норм жителей стран Австрии, Германии, Китая и Южной Кореи и использует для расчётов популяцию агентов численностью около 10^3 . В работе [4] также оценивается влияние социально-экономических факторов в Корейском обществе на принятие агентами решения о вступлении в брак и рождения детей на примере популяции, состоящей из 105 агентов. По статистическим данным на 1990 г., используемым в этой модели, численность всего населения Республики Корея оценивалась в 42.87 млн. человек, таким образом масштаб модели составляет примерно 1:400. Дальнейшее развитие этой работы, описанное в [5], использует статистические данные о 2% популяции (около 890 тыс. людей) для моделирования динамики развития общества до 2049 г. Имитационное моделирование рынка труда во Франции проводится в [6] с помощью самостоятельно разработанной модели под названием WorkSim. Эта модель основана на более старой (1980 г.) экономической модели ARTEMIS. В новой модели воспроизводятся взаимоотношения различных типов агентов: людей, организаций, правительства, и рассматриваются три типа трудовых договоров: срочный, бессрочный и бессрочный с испытательным сроком в два года. Результаты моделирования показали, что именно введение трудового договора с испытательным сроком приводит к нестабильности на рынке труда во Франции. После проведения нескольких испытаний модели с различным числом агентов: 1000 агентов типа «человек» и 100 агентов типа «компания», и 10000 агентов типа «человек» и 1000 агентов типа «компания», авторы сделали вывод о том, что увеличение числа агентов ведёт в основном к уменьшению осцилляций модели в переходных процессах, и небольшому увеличению точности получаемых результатов. На тот момент население Франции составляло примерно 64.7 млн человек. Схожий подход используется и в работах [7] и [8] по изучению вопросов миграции населения в Китае, а также экономического эффекта от урбанизации в [9] и [10]. Точных данных о числе используемых в экспериментах агентов в этих статьях не приводится, но учитывая, что сложность реализации крупномасштабных моделей была бы отражена в статьях, то предположительно эти модели также оперируют числом агентов порядка $10^3 - 10^5$. Противоположное явление (отъезд людей из крупного города) моделируется в [11] для региона Лейпциг-Гале, Германия, население которого на момент моделирования составляло 515 тыс. чел. Модель реализована с использованием программы Repast Symphony (см. табл. 1, строка № 71 в [12]) и запрограммирована на языке Java, и включает агентов «резидент» и агентов «инфраструктура». Авторы решили сгруп-

пировать всё население (точнее сказать, домохозяйства) в 14 разных агентов типа «резидент» (домохозяйство). Общественно-политическая динамика Центральной Евразии анализируется авторами в [13] с использованием программы MASON (см. табл. 1, строка № 50 в [12]). Решающими свойствами MASON для использования в своей работе авторы назвали, что он быстрый, переносимый, полностью отдельный (визуализация и моделирование) и результаты гарантированно воспроизводимы, о чём они писали ранее в [14]. Точное число агентов, используемых для моделирования искусственного общества в этой статье не указывается.

Такие модели являются преобладающими, и, как правило, реализуются с использованием программных средств для агент-ориентированного моделирования, которые были подробно рассмотрены в [12].

Разрабатываются также и полномасштабные модели. В [15] описана разрабатываемая в ЦЭМИ РАН на протяжении нескольких лет суперкомпьютерная реализация агент-ориентированной демографической модели России с числом агентов до 10^9 . Актуальным примером в современном мире служит полномасштабная распределённая агентная модель эпидемий Джошуа Эпштейна [16], которая первоначально оперировала с популяцией из $3 \cdot 10^8$ агентов, а затем была расширена до $6.5 \cdot 10^9$ агентов. Крупномасштабное моделирование сложных социальных систем на примере поведения толпы в социально-значимом объекте (аэропорт) проведено в работе [17], где проанализирована применимость программных средств Repast HPC, FLAME и MASON для проведения такого рода моделирования, но выбор сделан в пользу собственной разработки с использованием технологии параллельных вычислений класса MPI (Message Passing Interface – интерфейс передачи сообщений) и языка программирования C++. В целом тренд на микромоделирование и полномасштабное агент-ориентированное моделирование целых стран описывается в [18], и по мере роста вычислительной мощности эта задача становится всё более актуальной.

Авторы работы [19] поставили амбициозную задачу, которая заключается в построении агент-ориентированной демографической модели Китая, население которого составляет пятую часть населения всей планеты. Их модель основывается на модели SVERIGE, но в качестве агентов выступают не люди, а домохозяйства. Точные данные о числе используемых агентов в модели не сообщается, но, вероятно, речь идёт об 1%, что соотносится с выборкой статистических данных.

В некоторых источниках [1, 20, 21] такие экономические модели называют *территориальными системами*.

Достоинства и недостатки использования самых современных больших языковых моделей в качестве инструментальных средств построения агент-ориентированных экономических моделей рассмотрено в [22], где также сделан вывод о том, что построенные таким образом модели на данном этапе развития могут быть только относительно небольшими по сложности и числу агентов.

Подавляющее большинство рассмотренных выше моделей и подходов реализует то или иное «упрощение» модели для того, чтобы уменьшить общее количество агентов и взаимодействия между ними. Исключение составляют лишь суперкомпьютерные модели, но они довольно сложны для реализации и не каждый исследовательский институт обладает доступом к необходимому оборудованию. Но также есть модели, которые вместо уменьшения количества агентов имеют более эффективную реализацию, которая позволяет с некоторыми допущениями выполнять полномасштабное моделирование на обычных персональных компьютерах и серверах. Примером такой модели служит модель Швеции SVERIGE и основанные на ней модели других стран. Выделив характерные особенности её реализации, которые и позволяют достичь такой производительности, возможно реализовать и более масштабные модели на современном аппарате обеспечения.

Цель исследования

Цель исследования состоит в выявлении и систематизации особенностей программной реализации больших агент-ориентированных моделей, сложившихся к текущему моменту времени.



Результаты исследования будут полезны для построения новых больших моделей, работающих на более современном аппаратном обеспечении.

Задачи исследования:

– провести обзор публикаций, рассматривающих большие агент-ориентированные модели в целом

– провести обзор публикаций, затрагивающих программную реализацию больших агент-ориентированных моделей

– провести детальный анализ общей архитектуры и особенностей реализации больших агент-ориентированных моделей на примере экономической модели Швеции SVERIGE.

Объект исследования – большие экономические агент-ориентированные модели с числом агентом превышающим 100 тыс.

Предмет исследования – теория и практика реализации больших агент-ориентированных экономических моделей на современных персональных компьютерах и суперкомпьютерах.

Методы и материалы

Теоретико-методологической базой исследования служат труды учёных, посвящённые агент-ориентированному экономическому моделированию в целом, и большим экономическим моделям в частности. Также, при наличии, был рассмотрен исходный код программного обеспечения для моделирования. Исследование проводилось с использованием общенаучных методов – наблюдения, описания, систематизации, классификации, анализа и т.д. Наиболее значимые результаты по этой тематике вошли в эту работу.

Агент-ориентированная модель SVERIGE

Одной из немногих экономических моделей масштаба страны, которая представляет все население является экономическая модель Швеции под названием SVERIGE. Не смотря на существенно более низкий уровень доступного аппаратного обеспечения (например, объём оперативной памяти, производительность процессора), авторам модели удалось создать её эффективную, модульную реализацию. Информация об этапах разработки и сложностях, с которыми авторы встретились в это время, опубликованы в нескольких статьях. Проанализировав эти статьи и некоторые части исходного кода можно выделить некоторые ключевые моменты, которые и рассмотрим детально ниже.

Модель SVERIGE имитирует развитие населения Швеции в отношении демографических и экономических показателей таких, как создание семьи, места жительства, миграции, обучения, занятости и заработка [23, 24]. Пространственное разрешение места жительства составляет 100м. Исходными данными является вся популяция Швеции, составляющая около 9 млн. человек. Благодаря высоко-оптимизированным методам хранения и представления информации на каждый модельный год тратится 90 секунд компьютерного времени [25].

История и предпосылки для разработки модели

На сегодняшний день микросимуляционное моделирование (или микромоделирование) преобладает в экономике, демографии и общественных науках. Одним из ранних источников идей, стоящих за «микроаналитическим подходом к моделированию» является статья «Новый тип социо-экономической системы» [26]. Эта и другие работы этого автора, опубликованные в 1960 году послужили основой для модели DYNASIM (Dynamic Simulation of Income Model). В дальнейшем идеи и принципы, лежащие в основе проекта DYNASIM развивались дальше командой учёных Корнелльского университета под руководством Стивена Колдвела, в результате чего в 1995 году была завершена работа над моделью CORSIM. Эта модель не являлась агентной и состояла из 700 различных уравнений, представляющих 25 процессов [27]. В дальнейшем появились и подобные модели для Швеции: MICRONUS [28], SESIM [29], модель рынка труда SUNDSVALL [30] и пр.

Модель CORSIM явилась опорной точкой для начала работы над моделью SVERIGE. Фактически, CORSIM была использована в качестве шаблона, а затем последовательно модуль за модулем была переписана, учитывая специфику страны и данные большой социо-экономической базы данных SMC. Но даже на момент рассмотрения модель SVERIGE всё равно уходит корнями в CORSIM.

Ядро имитационного моделирования — Turbo Simulation Engine

Первой реализацией имитационного ядра модели SVERIGE была так называемая МикроСимуляционная Машина (MicroSimulation Machine – MSM). При её проектировании основывались на том, что она будет работать под управлением операционной системы Microsoft Windows NT на компьютере с 4 процессорами и 3Гб оперативной памяти. Для эффективного использования параллелизма был задействован механизм управления потоками, предоставляемый библиотекой Microsoft Foundation Classes (MFC). Однако несмотря на большие приложенные усилия, MSM так и не стала надёжным и полезным инструментом из-за больших сложностей в достижении стабильной работы. Оказалось, трудно различить технические ошибки операционной системы, ошибки в библиотеке MFC, ошибки в самой программе и плохую спецификацию поведенческих уравнений. Было невозможно проследить неустойчивые ошибки, которые полностью повреждали программу. Запуски программы в случайные моменты времени с одинаковыми исходными состояниями приводило к разным, иногда повреждённым результатам. Также, скорость выполнения была очень медленной. Максимальное количество агентов, которое удалось загрузить в память составляло около 6 миллионов человек, и симуляция одного года требовала 30 минут реального времени на четырёхпроцессорном компьютере. После проведения дальнейшей оптимизации, удалось загрузить в память 8.6 миллионов агентов и провести симуляцию.

Второй реализацией имитационного ядра модели SVERIGE стал альтернативный подход, названный Турбо (Turbo Simulation Engine). Турбо не использовал многопоточность, а вместо этого очень компактно представлял данные. Таким образом удалось повысить эффективность и в сравнительном тесте это ядро работало на одном процессоре гораздо быстрее, чем предыдущая реализация на четырёхпроцессорной машине. По мнению авторов отказ от многопоточности позволил устранить все нестабильные ошибки и быть уверенным в том, что все оставшиеся ошибки – это ошибки исключительно в программе. Это не совсем так потому, что в случае повреждения памяти программой (т.н. *buffer overrun* или *buffer underrun*) могут возникать ошибки подобные тем, которые возникают при «грязном чтении и записи» и отсутствию правильной синхронизации между потоками.

Основным механизмом работы с большим числом агентов в модели SVERIGE является компактное хранение данных в оперативной памяти компьютера. Благодаря использованию внутренней программной логики подобной той, которая использовалась в старых программах обработки данных, в каждый момент времени читалась одна семья из компактного «файла» (в памяти), и записывался другой «файл» с обновлёнными семьями. При чтении семьи она «разархивируется» в нормальный объект класса. Конечно, требуются дополнительные механизмы для создания новых объектов семей и для комбинирования людей. В начале года, входной и выходной буфер меняются местами и новые люди вместе с иммигрантами добавляются во входной буфер. Далее, обработка происходит подобно чтению и записи сжатых или зашифрованных файлов, распаковывая за один раз одну семью. Помимо явного преимущества в скорости обработки, хранение файлов в оперативной памяти позволяет иметь быстрый доступ к любому агенту в любой момент времени. Это очень важно для алгоритмов создания семей, когда можно обойтись просто сохранением указателей на память.

Среди агентов выделяется три типа: дети, активные взрослые и пассивные пенсионеры. Полный набор атрибутов для хранения в памяти требуется только активным взрослым. Для всех остальных достаточно установить флаг, который проинициализирует необходимые атрибуты зна-



чениями по умолчанию. Сохраняя агентов таким образом, почти 8.6 миллионов агентов, по 50 атрибутов на каждого, объём занимаемой памяти составил всего лишь 340 Мб.

Поведенческие модули

Модулем в модели SVERIGE называется функция или группа функций, составляющих блок, выполняющий симуляцию некоторого жизненного события или действия. Модули используются для изменения статуса индивидуальных атрибутов во время симуляции и в большинстве случаев выполняются в строгой последовательности в течении года для каждого агента. Однако, некоторые события такие, как, переезд и развод, генерируют другое событие (смена места жительства).

Сначала выполняются модули, уменьшающие количество людей или семей (смертность и эмиграция), а затем моделируется рождаемость. Таким образом, все семейные структуры устанавливаются до того, как моделируются события, изменяющие атрибуты существующих людей. Порядок выполнения модулей следующий: образование, брак, уход из дома, развод, миграция, трудоустройство и заработок. Последний модуль — иммиграция. В год иммиграции для иммигранта больше ничего не изменится, но для них всё настроено к «жизни» в модели SVERIGE в следующем году.

В модели можно выделить три уровня объектов моделирования:

1. Уровень моделируемых объектов, которые реально обновляются, трансформируются и комбинируются в процессе моделирования. На этом уровне есть только два объекта:

- Человек. Вся имитационная модель основана на моделировании жизни каждого человека. Различные типы людей определяются различными атрибутами, например, полом, возрастом, уровнем образования и доходом. У каждого человека есть 23 атрибута, полученных из базы данных, и около 40 дополнительных атрибутов, используемых во время моделирования для поддержания продольной непрерывности.

- Семья. Все люди принадлежат к семье. Семья может состоять из одного или нескольких человек. В каждой семье есть один человек, который является главой семьи. Другие члены семьи имеют одну из ролей: супруг или ребенок. Географические атрибуты (100 м квадраты, LA-регионы) определяются на уровне семьи, даже несмотря на то, что многие семьи состоят только из одного человека. Некоторые вычисляемые атрибуты (количество членов семьи, количество детей) имеют смысл только на уровне семьи. Семейства в целом выполняют все события миграции в ядре Turbo Simulation Engine, хотя процессы, которые фактически запускают эти события, являются атрибутами главы семейства.

2. Уровень контейнеров используется для хранения различной агрегированной информации, часть которой статична, а часть динамически обновляется в процессе моделирования. У этих объектов нет собственного плана действий, а их динамика вытекает из пространственных перемещений людей и семей. Они являются контейнерами в том смысле, что каждое семейство принадлежит одному и только одному объекту на обоих этих уровнях. Есть два типа объектов, соответствующих двум пространственным масштабам, с которыми мы работаем в модели:

- Квадраты размером 100 м² содержат информацию о семьях, проживающих в каждом конкретном квадрате. Атрибуты квадрата создаются путем постоянного вычисления среднего числа семей, живущих в этом квадрате. Первоначально атрибуты получены из населения. Каждый квадрат адресуется через x- и y-координаты. Квадраты могут получать больше атрибутов, которые зависят от расположения каждого конкретного квадрата, например, расстояние до центра области, расстояние до воды, рента за землю, расстояние до густонаселенных районов.

- LA-регионы соответствуют 108 различным регионам рынка труда. Теоретически человек, получивший новую работу в том же регионе, сохранит свой домашний адрес, а если новая работа будет в другом регионе, то он мигрирует. Точно так же миграция в пределах определенного региона не вызовет смены занятости, в то время как межрегиональная миграция вызовет смену

занятости. Атрибуты LA-регионов задаются постоянным обновлением среднего дохода, возраста, количества семей и т.д. в каждом LA-регионе.

3. Технический уровень C++ в Turbo Simulation Engine состоит примерно из 70 типов объектов (классов). Большинство из них представляют собой довольно простые вспомогательные структуры данных. Однако существует уравнение класса, которое имеет около 20 подклассов. Используя этот класс, была применена общая структура ко всем уравнениям в модели. Таким образом были отделены задачи, которые необходимо выполнить только один раз в начале моделирования (или, возможно, один раз в начале каждого года), от задач, которые должны выполняться один раз на человека в год.

Выравнивание не выполняется на индивидуальном уровне. В Turbo Simulation Engine был разработан класс уравнений для обеспечения двухпроходного моделирования, при котором первый проход только агрегирует групповые вероятности, а второй проход модифицирует их так, чтобы они соответствовали внешним исторически известным данным.

В модели SVERIGE можно согласовать некоторые агрегированные показатели на основе таблиц, содержащих наблюдаемые данные за 1991–2000 годы, или прогнозов Статистического управления Швеции (SCB) на 2001–2050 годы. Это позволяет скорректировать общее, национальное число явлений в демографических модулях (смертность, рождаемость, иммиграция и эмиграция). Такие функции подготовлены и для других модулей.

Модули

Модель SVERIGE управляется временем, а это означает, что каждый модельный год все агенты-люди в системе «проходят» через каждый модуль, где проверяется, выполнит ли он события или нет. Большинство модулей могут работать независимо, используя атрибуты, установленные в прошлом году. Однако некоторые модули должны использовать данные за текущий год, и, следовательно, порядок модулей становится важным.

Под модулем в модели SVERIGE понимается набор классов и функций, выполняющих обновления моделируемых агентов (людей и семей). Каждая конкретная область рассматривается в одном модуле, и мы стараемся, чтобы модули были независимыми. Однако существует набор четко определенных взаимодействий, реализованных таким образом, что некоторые модули иницируют поведение других модулей в тот же или последующие периоды времени.

Для каждого агента-человека вероятность наступления определенного события определяется уравнением. В большинстве случаев оценка вероятности основана на логарифмических уравнениях типа $P = eX / (1+eX)$. С помощью генератора случайных чисел решается, произойдет событие или нет. Если случайное число меньше или равно вероятности, то событие произойдет.

Подробное рассмотрение работы каждого модуля выходит за рамки данной статьи и его можно найти в работах авторов этой модели. Ограничимся лишь кратким перечислением основных модулей, без которых работа системы невозможна.

Старение: Увеличивает возраст агентов, и перераспределяет их по спискам. Например, включает агентов в состав трудоспособных, когда им исполняется 16 лет, а также удаляет их, когда им исполняется 65 лет.

Четыре модуля: *смертность, рождаемость, эмиграция и иммиграция* характеризуют демографию модели. Чтобы обеспечить стабильность модели, важно иметь стабильное демографическое развитие, не взаимодействующее с остальными модулями, которое достигается путем демографической корректировки. Некоторые примеры демографического развития приводятся ниже в разделе экспериментальных данных модели.

Образование, Сектор образования: SVERIGE использует серию уравнений логистической регрессии и вероятности перехода для определения уровня образования каждого человека. База данных и модель различают семь уровней образования, но они сведены к трем основным

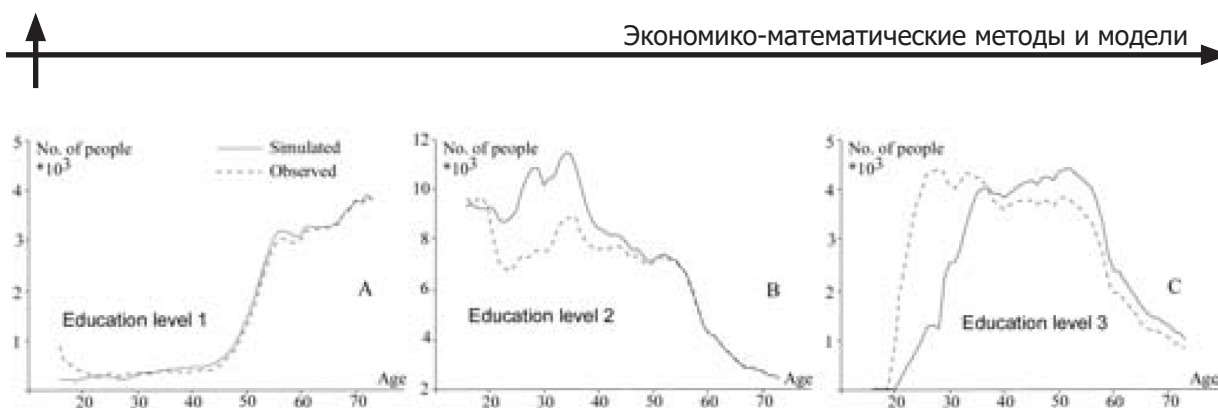


Рис. 1. Реальное и смоделированное число людей возрастом от 16 до 73 лет с уровнями образования 1 для А, 2 для В и 3 для С
 Fig. 1. Factual and modelled number of people aged 16 to 73 with education level 1 for A, 2 for B and 3 for C

уровням, которые используются в уравнениях. EDU1 = менее девяти лет обучения в школе, EDU2 = 12 лет обучения в школе и EDU3 = более 12 лет обучения. Переменными, используемыми в уравнениях, являются возраст, возраст², уровень образования, доход, занятость и семейное положение. На рис. 1 показано наблюдаемое и смоделированное количество людей с уровнем образования 1, 2 и 3.

Брак: модуль брака создает гражданских (сожительство) или брачных партнеров для выбранных неженатых лиц старше пятнадцати лет.

Занятость и заработок: основной целью модуля занятости и заработка является оценка времени, в течение которого каждый человек в возрасте от 16 до 65 лет работает в течение года, и его заработной платы. В настоящее время модуль состоит из нескольких подмодулей, отвечающих за различные функции. Заработок влияет практически на все остальные модули программы (сожительство, брак, развод, уход из дома, образование, рождаемость, смертность, миграция и эмиграция, а также расчет заработка в следующем году). На рис. 2 А-С показаны средние доходы для шести возрастных групп мужчин и женщин отдельно.

Экспериментальные данные

Авторы модели провели с ней ряд экспериментов, показывающих возможности применения модели SVERIGE, которые описали в [25, 31]. Наиболее интересными являются два направления: социодемографическое и экологическое. Рассмотрим их более подробно.

Для социодемографического моделирования в модель были внесены следующие небольшие изменения. Естественная убыль населения была скорректирована в соответствии с ожиданиями увеличения продолжительности жизни, опубликованными ведомством Statistics Sweden 2000. Миграционный модуль был временно заменён на модель ограниченных взаимодействий, у которой единственным аттрактором является общая численность населения, а единственным индикатором сепарации является физическое расстояние. Также при распределении мигрантов по 100-метровым квадратам, плотность в уже плотно-населённых квадратах могла увеличиваться и дальше после того, как образовывались вакантные места в связи с переездом семей.

В качестве наблюдаемых и в какой-то мере прогнозируемых величин в будущем были выбраны изменения основных демографических процессов, смертность, рождаемость, иммиграция и эмиграция. Модель в таком качестве запускалась для моделирования 110 лет, с 1990 до 2100. Агрегированные результаты работы модели показаны на рис. 3.

Как видно, после пика в 2025 г., который произошёл во многом благодаря инерции в текущем составе населения, количество жителей плавно снижается до 6.5 миллионов человек к началу следующего века (первые десять лет графика показывают наблюдаемые значения, за исключением уровня смертности, т.к. модель нацелена на эти данные). Основной причиной снижения является низкая рождаемость, на уровне примерно 1.5 рождений на женщину, исторически низкий уровень для Швеции.

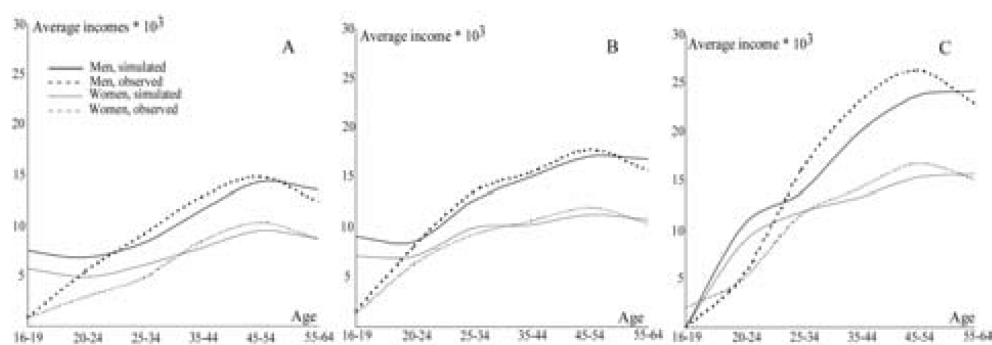


Рис. 2. Средний доход шести возрастных групп за 2000 г. по трём уровням образования, А – первый, В – второй, С – третий
 Fig. 2. Average income of six age groups for year 2000 based on three education levels, where A is 1, B is 2 and C is 3

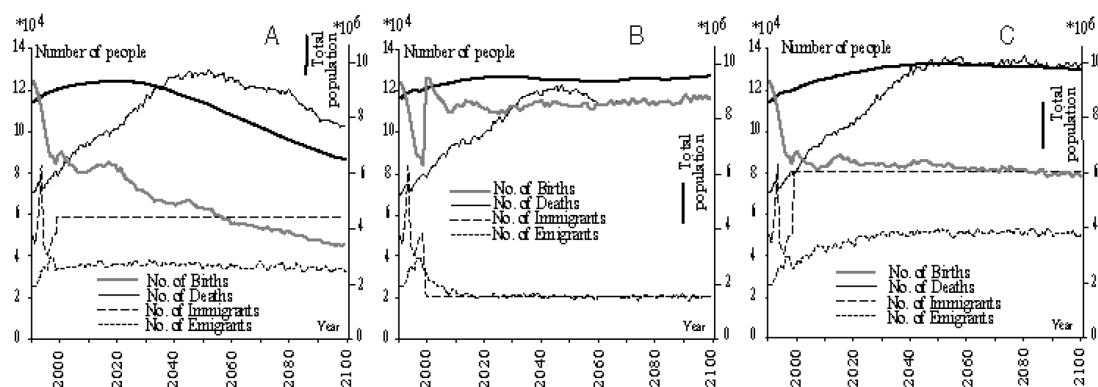


Рис. 3. Изменение численности населения Швеции в период с 1990 до 2100 гг.,
 где А – ничего не делается и рождаемость остается низкой, В – рождаемость увеличивается
 до теоретического уровня 2 детей на 1 женщину, и С – иммиграция увеличивается до 80 000 чел/год
 Fig. 3. Dynamics of Swedish population change in 1990–2100, where A – nothing is done and fertility remains low,
 B – fertility increases to 2 children per 1 woman, and C – immigration increases to 80k ppl/year

Не смотря на постоянно увеличивающуюся ожидаемую продолжительность жизни, количество смертей непрерывно возрастает до 120 000 ежегодно к середине столетия, а затем снижается вместе с численностью населения. Очевидно, что вне зависимости от ожидаемой продолжительности жизни она рано или поздно заканчивается для каждого человека, поэтому в долгосрочной перспективе число рождений равно числу смертей. Иммигранты в момент въезда в Швецию в среднем существенно старше, чем люди при рождении, и их средняя продолжительность жизни меньше ожидаемой продолжительности жизни в Швеции, и таким образом ежегодное число смертей становится больше. В этом смысле, подразумевается что иммиграция остаётся на наблюдаемом в 2000 г. уровне в 58 тыс. человек в год, что на 25 тыс. человек меньше, чем пиковое значение в 1994 г. Эмиграция, как подсчитано с помощью модели, колеблется около 25 тыс., находясь в частичной зависимости от прошлой иммиграции.

В случае, если бы рождаемость каким-либо образом могла оставаться на более высоком уровне, то на сколько именно больше она должна быть для того, чтобы обеспечить стабильное состояние численности населения? График на рис. 3 В показывает последствия увеличения рождаемости до теоретического уровня 2 рождения на женщину. При условии сохранения уровня иммиграции в таких условиях будет обеспечен прирост численности населения.



Если нужно снизить уровень иммиграции для стабилизации численности населения, то его следует снизить до $1/3$ от уровня 2000 г. В таком случае он совпадёт с подсчитанным уровнем эмиграции, и останется только естественный прирост населения, который обеспечивает стабильность популяции при уровне рождаемости равным 2 рождения на одну женщину. Это довольно искусственный и маловероятный сценарий развития событий: что заставит шведских женщин рожать почти в два раза больше детей по сравнению с Италией или Испанией на протяжении целого века? И почему Швеции потребуется полностью закрыть свои границы для беженцев и других иммигрантов?

Если рождаемость будет оставаться низкой, как подразумевается на первом графике (см. рис. 3 А), то в тот момент, когда численность населения начнёт уменьшаться (если даже не до этого), то долговременная возросшая иммиграция будет нормально восприниматься в качестве компенсации естественного прироста, особенно в случае нехватки в стране «рабочих рук». Увеличить число иммигрирующих беженцев довольно легко политическим путём, но вот насколько именно нужно увеличить этот поток?

На графике на рис. 3 С отображено увеличение иммиграции до 80 000 чел. в год для поддержания численности населения с тем же уровнем рождаемости. Это почти тоже самое, как и пир уровня в 1994 году. Чистая иммиграция в таком случае составила бы 30-35 тыс. человек в год. Из 160 000 вновь прибывших в Швецию, замещающих умерших и эмигрировавших, половина была бы иммигрантами, а другая родилась в стране.

Результаты и обсуждение

Как видно из проведённого анализа публикаций выше, модель SVERIGE способна выдавать практически-значимые результаты, которые согласуются с реальными данными и при этом тратить совсем небольшое время на один модельный год так, что моделирование десятилетнего периода занимает около 15 минут. Это позволяет проводить с моделью эксперименты без необходимости использования суперкомпьютера и без долгого ожидания результатов.

Обобщая, можно выделить несколько ключевых особенностей реализации, которые позволят создавать новые экономические модели с числом агентов на уровне десятков миллионов.

Статическое моделирование

Процедура статической пространственной микросимуляции создаёт на микроуровне исходную популяцию для маленьких областей, используя подход, основанный на итеративном пропорциональном распределении (ИПР). В географии ИПР может использоваться как способ генерации дезагрегированных пространственных данных из пространственно-агрегированных данных. Методологию ИПР можно скомбинировать с техниками пространственной микросимуляции для вывода условных вероятностей, которые могут быть использованы для построения пространственно-деагрегированных микроданных. Имея рассчитанное с помощью ИПР совместное распределение вероятности дальше применяется метод Монте-Карло для присваивания атрибутов таких, как возраст, пол, семейное положение и статус занятости каждому агенту в районе.

Результатом работы статической процедуры моделирования становится искусственное популяция агентов, каждому из которых присвоен свой возраст, пол, семейное положение и статус занятости.

Динамическое моделирование

Выход статической микросимуляционной модели является входом динамической модели, которая прогнозирует развитие популяции в будущем посредством имитации естественных социодемографических процессов — убыль и прирост населения за счёт рождения новых людей и иммиграции.

Динамическое моделирование в большой агент-ориентированной модели должно включать как минимум несколько модулей, обеспечивающих базовую функциональность агентов-людей, а именно: рождаемость, смертность и миграция.

Положим, что вероятность того, что индивид проживёт следующий пятилетний имитационной период является функцией возраста, пола и местонахождения. Тогда вероятности смертности каждого индивида можно вывести из статистических отчётов, объединяя различные географические области в том случае, если данных по ним недостаточно. Каждый индивид в базе данных каждый год оценивается на предмет выживаемости в этом году путём случайной оценки его шансов основываясь на предварительно вычисленных вероятностных значениях смертности.

Рождаемость, как и смертность, зависит от местоположения, таким образом положим, что рождаемость является функцией от возраста, семейного статуса и места жительства. Рождения целесообразно моделировать с использованием сгруппированных по 5 лет данным из статистических отчётов. В любом моделировании особенно важно группирование для самых молодых и самых пожилых женщин для того, что противостоять проблеме небольшого размера выборки. Для каждого агента женского пола в базе данных вычисляется возможность деторождения. Метод Монте-Карло по данным вероятности рождаемости используется для определения тех агентов, которые станут матерями. В том случае, если результат положительный, то в модели создаётся новый агент, атрибуты которого выставляются следующим образом: возраст равен 0, пол определяется равновероятно как мужской или женский, семейный статус — одинокий, положение — то же, что и у матери, а все остальные атрибуты остаются пустыми. На следующем шаге симуляции новый агент принимает такое же участие, как и все остальные в данном месте.

Пространственная микросимуляция является идеальной основой для моделирования пространственных перемещений таких, как миграция. В особенности, склонность к миграции сильно зависит от домохозяйства и индивидуальных атрибутов, таким образом микроуровневый подход может быть использован для моделирования миграции различных типов людей. Вероятность миграции из одной области в другую является функцией от возраста, пола и местоположении области. Каждый агент-человек оценивается на предмет миграции используя метод Монте-Карло. В зависимости от наличия исходных данных возможно реализовать как полный учёт миграции, включая эмиграцию и иммиграцию, либо частичный при нехватке данных.

Особое внимание стоит уделить способу хранения информации о каждом агенте. В случае 150 млн агентов (например для полномасштабной модели РФ) у которых будет хотя бы 16 различных численных атрибутов (социальная, географическая и экономическая информация), то для хранения данных о каждом агенте в идеальном случае потребуется как-минимум $150 \cdot 10^6 \cdot 16 / 1024^3 = 2.24$ Гб. Учитывая накладные расходы и неоптимальность хранения информации данное число будет примерно в 1.5-2 раза больше и оценочно составлять около 3.5 Гб. Дополнительно потребуются различные списки, ускоряющие доступ к конкретным группам агентов и получение различной статистической информации.

Как видно, при современном уровне развития аппаратного обеспечения, когда в обычный не специализированный ПК устанавливается 16 Гб ОЗУ и больше, память не является сдерживающим фактором при эффективном её использовании.

Также производительность центрального процессора и тенденция к увеличению количества вычислительных ядер в одном процессоре позволяет эффективно использовать и естественный параллелизм при реализации больших агент-ориентированных моделей.

Направления дальнейших исследований

Анализ особенностей программной реализации и различных подходов к созданию работающей экономической модели Швеции на примере модели SVERIGE, а также сравнения с другими моделями, такими как CORSIM, MICRONUS, SUNDSVALL, SESIM позволил сделать вывод о



том, что при должном проектировании программной системы и использовании современного аппаратного обеспечения, такого как современные пользовательские персональные компьютеры с большим объёмом оперативной памяти или серверные компьютеры, возможно создавать большие экономические модели, не требующие суперкомпьютера. Очевидно, что требования к таким моделям будут содержать определённые ограничения, и суперкомпьютерные модели будут превосходить их по возможностям, но для целого ряда задач экономического моделирования становится целесообразным разрабатывать большие модели, которые не требуют обязательного выполнения на суперкомпьютере.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Хачатрян Н.К., Кузнецова О.И. (2020) Компьютерное моделирование вариантов пространственного развития научно-технологической сферы в Российской Федерации. *Экономика и математические методы*, 56 (3), 45–55. DOI: <https://doi.org/10.31857/S042473880010525-6>
2. Дорошенко Т.А. (2019) Разработка агент-ориентированной модели образовательной миграции населения региона. *Вестник Евразийской науки*, 5.
3. Zamac J., Hallberg D., Lindh T. (2010) Low fertility and long run growth in an economy with a large public sector. *European Journal of Population*, 26 (2), 183–205.
4. Sajjad M., Singh K., Paik E., Ahn C. (2016). A data-driven approach for agent-based modeling: simulating the dynamics of family formation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 19 (1), 9.
5. Bae J.W. et al. (2016) Combining microsimulation and agent-based model for micro-level population dynamics. *Procedia Computer Science*, 80, 507–517.
6. Lewkovicz Z., Domingue D., Kant J.D. (2009) An agent-based simulation of the French labour market: studying age discrimination. *The 6th Conference of the European Social Simulation Association*, (eds. Bruce Edmonds and Nigel Gilbert).
7. Zhang L. (2011) *Labor mobility, intrahousehold decision-making, and agricultural land leasing: an empirical study with agent-based modeling in rural South China*. The Pennsylvania State University.
8. Laing D., Park C., Wang P. A (2005) A modified Harris-Todaro model of rural-urban migration for China. In: *Critical issues in China's growth and development*, 245–264.
9. Tian G., Qiao Z. (2014) Modeling urban expansion policy scenarios using an agent-based approach for Guangzhou metropolitan region of China. *Ecology and Society*, 19 (3), 52.
10. Xie Y., Batty M., Zhao K. (2007) Simulating emergent urban form using agent-based modeling: Desakota in the Suzhou-Wuxian region in China. *Annals of the Association of American Geographers*, 97 (3), 477–495.
11. Schwarz N., Haase D. (2010) Urban shrinkage: a vicious circle for residents and infrastructure? Coupling agent-based models on residential location choice and urban infrastructure development. *Proceedings of the International Environmental Modelling and Software Society, iEMSs, 2010 International Congress on Environmental Modelling and Software Modelling for Environment's Sake, 5-8 July 2010, Ottawa, Canada : conference edition*.
12. Брагин, А.В., Бахтизин А.Р. (2022) Современные программные средства агент-ориентированного моделирования. *Искусственные общества*, 17 (4). DOI: <https://doi.org/10.18254/S207751800023501-0>
13. Cioffi-Revilla C. et al. (2007) Agent-based modeling simulation of social adaptation and long-term change in inner Asia. In: *Advancing social simulation: the first world congress*. Tokyo: Springer, 189–200.
14. Luke S. et al. (2005) Mason: A multiagent simulation environment. *SIMULATION: Transactions of The Society for Modeling and Simulation International*, 81 (7), 517–527.
15. Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сушко Е.Д., Сушко Г.Б. (2018) Разработка агент-ориентированной демографической модели России и ее суперкомпьютерная реализация. *Суперкомпьютерные дни в России: Труды международной конференции*, 758–769.
16. Epstein J.M. (2009) Modelling to contain pandemics. *Nature*, 460, 687.
17. Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Бекларян Г.Л., Акопов А.С. (2019) Разработка программной платформы для крупномасштабного агент-ориентированного моделирования сложных социальных систем. *Программная инженерия*, 10 (4), 167–177. DOI: <https://doi.org/10.17587/prin.10.167-177>

18. Singh K., Sajjad M., Ahn C.W. (2015) Towards full scale population dynamics modelling with an agent based and micro-simulation based framework. *17th International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT)*, 495–501.
19. Chen Z. et al. (2007) An agent-based population model for China. *International Conference on Computer and Computing Technologies in Agriculture. Boston, MA: Springer*, 441–448.
20. Чиркунов К.С. (2011) Агентное моделирование развития территориальной системы. *Информатика и ее применения*, 5 (1), 58–64.
21. Чиркунов К.С. (2010) Моделирование развития территориальной системы на базе агентного подхода: основные понятия. *Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2010)*, 50–56.
22. Брагин А.В., Бахтизин А.Р., Макаров В.Л. (2023) Большие языковые модели четвертого поколения как новый инструмент в научной работе. *Искусственные общества*, 18 (1). DOI: <https://doi.org/10.18254/S207751800025046-9>
23. Rephann T.J., Holm E. (2004) Economic-demographic effects of immigration: results from a dynamic spatial microsimulation model. *International Regional Science Review*, 27 (4), 379–410.
24. Rephann T.J., Mäkilä K., Holm E. (2005) Microsimulation for local impact analysis: An application to plant shutdown. *Journal of Regional Science*, 45 (1), 183–222.
25. Holm E. et al. (2006) The SVERIGE spatial microsimulation model. *8th Nordic Seminar on Microsimulation Models*, 8–9.
26. Orcutt G.H. (1957) A new type of socio-economic system, *Review of Economics and Statistics*, 58, 773–794.
27. Caldwell S., Keister L. (1996) Wealth in America: family stock ownership and accumulation 1960–95". In: *Microsimulation for Urban and Regional Policy Analysis (ed. Clarke G.P.)*. London, Pion, 88–116.
28. Klevmarken N.A., Olovsson P. (1996) Direct and behavioural effects of income tax changes – simulations with the Swedish model MICROHUS. In: *Microsimulation and public Policy (ed. Harding A.)*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
29. Ericson P., Hussenius J. (1999) *Distributional effects of Public Student Grants in Sweden – a Presentation and an application of the Dynamic Microsimulation Model SESIM*.
30. Lindgren U. (1997) Longterm socio-economic impacts of industrial investments – a microsimulation approach. *Gerum* 2 (5), 1–55.
31. Holm E., Sanders L. (2001) Modèles spatiaux de microsimulation. In: *Modèles en analyse spatiale*. (ed.)

REFERENCES

1. Khachatryan N.K., Kuznetsova O.I. (2020) Computer modelling of geospatial development of Russian Federation. *Economics and mathematical methods*, 56 (3), 45–55. DOI: <https://doi.org/10.31857/S042473880010525-6>
2. Doroshenko T.A. (2019) Development of agent-based model of educational migration of regional population. *Eurasian science herald*, 5.
3. Zamac J., Hallberg D., Lindh T. (2010) Low fertility and long run growth in an economy with a large public sector. *European Journal of Population*, 26 (2), 183–205.
4. Sajjad M., Singh K., Paik E., Ahn C. (2016). A data-driven approach for agent-based modeling: simulating the dynamics of family formation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, 19 (1), 9.
5. Bae J.W. et al. (2016) Combining microsimulation and agent-based model for micro-level population dynamics. *Procedia Computer Science*, 80, 507–517.
6. Lewkovicz Z., Domingue D., Kant J. D. (2009) An agent-based simulation of the French labour market: studying age discrimination. *The 6th Conference of the European Social Simulation Association (eds., Bruce Edmonds and Nigel Gilbert)*.
7. Zhang L. (2011) *Labor mobility, intrahousehold decision-making, and agricultural land leasing: an empirical study with agent-based modeling in rural South China*. The Pennsylvania State University.
8. Laing D., Park C., Wang P.A. (2005) modified Harris-Todaro model of rural-urban migration for China. *Critical issues in China's growth and development*, 245–264.



9. Tian G., Qiao Z. (2014) Modeling urban expansion policy scenarios using an agent-based approach for Guangzhou metropolitan region of China. *Ecology and Society*, 19 (3), 52.
10. Xie Y., Batty M., Zhao K. (2007) Simulating emergent urban form using agent-based modeling: Desakota in the Suzhou-Wuxian region in China. *Annals of the Association of American Geographers*, 97 (3), 477–495.
11. Schwarz N., Haase D. (2010) Urban shrinkage: a vicious circle for residents and infrastructure? Coupling agent-based models on residential location choice and urban infrastructure development. *Proceedings of the International Environmental Modelling and Software Society, iEMSs, 2010 International Congress on Environmental Modelling and Software Modelling for Environment's Sake, 5-8 July 2010, Ottawa, Canada : conference edition*.
12. Bragin, A.V., Bakhtizin A.R. (2022) Modern software for agent-based modeling. *Artificial societies*, 17 (4). DOI: <https://doi.org/10.18254/S207751800023501-0>
13. Cioffi-Revilla C. et al. (2007) Agent-based modeling simulation of social adaptation and long-term change in inner Asia. *Advancing social simulation: the first world congress*. Tokyo: Springer, 189–200.
14. Luke S. et al. (2005) Mason: A multiagent simulation environment. *Simulation*, 81 (7), 517–527.
15. Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Sushko Ye.D., Sushko G.B. (2018) Development of agent-based demographic model of Russia and its supercomputer implementation. *Supercomputer days in Russia: Proceedings of international conference*, 758–769.
16. Epstein J.M. (2009) Modelling to contain pandemics. *Nature*, 460, 687.
17. Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Beklaryan G.L., Akopov A.S. (2019) Development of software platform for large scale agent-based modeling of complex social systems. *Program engineering*, 10 (4), 167–177. DOI: <https://doi.org/10.17587/prin.10.167-177>
18. Singh K., Sajjad M., Ahn C. W. (2015) Towards full scale population dynamics modelling with an agent based and micro-simulation based framework. *17th International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT)*, 495–501.
19. Chen Z. et al. (2007) An agent-based population model for China. *International Conference on Computer and Computing Technologies in Agriculture. Boston, MA: Springer*, 441–448.
20. Chirkunov, K.S. (2011) Agent modeling of geospatial systems development. *Informatics and its applications*, 5 (1), 58–64.
21. Chirkunov K.S. (2010) *Modeling the development of geospatial system based on agent approach. MLSD'2010*, 50–56.
22. Bragin A.V., Bakhtizin A.R., Makarov V.L. (2023) Fourth generation of big language models as a new tool in research work. *Artificial societies*, 18 (1). DOI: <https://doi.org/10.18254/S207751800025046-9>
23. Rephann T.J., Holm E. (2004) Economic-demographic effects of immigration: results from a dynamic spatial microsimulation model. *International Regional Science Review*, 27 (4), 379–410.
24. Rephann T.J., Mäkilä K., Holm E. (2005) Microsimulation for local impact analysis: An application to plant shutdown. *Journal of Regional Science*, 45 (1), 183–222.
25. Holm E. et al. (2006) The SVERIGE spatial microsimulation model. *8th Nordic Seminar on Microsimulation Models*, 8–9.
26. Orcutt G.H. (1957) A new type of socio-economic system, *Review of Economics and Statistics*, 58, 773–794.
27. Caldwell S., Keister L. (1996) Wealth in America: family stock ownership and accumulation 1960-95". In: *Microsimulation for Urban and Regional Policy Analysis (ed. Clarke G.P.)*. London, Pion, 88–116.
28. Klevmarken N.A., Olovsson P. (1996) Direct and behavioural effects of income tax changes – simulations with the Swedish model MICROHUS. In: *Microsimulation and public Policy (ed. Harding A.)*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
29. Ericson P., Hussenius J. (1999) *Distributional effects of Public Student Grants in Sweden – a Presentation and an application of the Dynamic Microsimulation Model SESIM*.
30. Lindgren U. (1997) Longterm socio-economic impacts of industrial investments – a microsimulation approach. *Gerum* 2 (5), 1–55.
31. Holm E., Sanders L. (2001) Modèles spatiaux de microsimulation. In: *Modèles en analyse spatiale*. (ed.)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT AUTHORS

БРАГИН Алексей Владимирович

E-mail: research@alexbragin.com

Aleksey V. BRAGIN

E-mail: research@alexbragin.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2917-0797>

БАХТИЗИН Альберт Рауфович

E-mail: albert.bakhtizin@gmail.com

Albert R. BAKHTIZIN

E-mail: albert.bakhtizin@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9649-0168>

Поступила: 28.04.2023; Одобрена: 16.06.2023; Принята: 16.06.2023.

Submitted: 28.04.2023; Approved: 16.06.2023; Accepted: 16.06.2023.