



Т.А. Козелецкая, Е.А. Герман
**ВЛИЯНИЕ ЦЕНЫ ТОВАРА
НА КОЛИЧЕСТВО СОВЕРШАЕМЫХ ПОКУПОК***

T.A. Kozeletskaia, E.A. German
**INFLUENCE OF THE PRICE OF GOODS
ON NUMBER OF THE MADE PURCHASE**

На основе функции индивидуального потребления блага рассмотрено экономическое поведение множества покупателей в ситуации увеличения цены на это благо. Представлена графическая модель отказа покупателя от покупок при увеличении цены товара, получена соответствующая зависимость числа покупателей. Приведены расчетные кривые для нескольких из возможных параметров принятого двумерного распределения.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ ПОДХОД; ТЕОРИЯ СПРОСА; ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ПОТРЕБЛЕНИЕ; ОТКАЗ ОТ ПОКУПОК; КРИТИЧЕСКАЯ ЦЕНА ПОКУПКИ; УРОВЕНЬ НЕЙТРАЛЬНОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ; ВЫДЕЛЕННЫЙ БЮДЖЕТ НА БЛАГО.

The paper considers the economic behavior of buyers in the situation of increasing prices of goods based on the function of individual consumption. Price growth leads to the failure of a part of buyers to purchase goods due to the fact that the goods are subjectively considered expensive. A number of customers were characterized by a two-dimensional random variable which reflects the allocated budgets for the benefit and the level (amount) of its critical consumption. Statistical distribution of persons according to both components of the two-dimensional random variable was taken equal. This allowed not only simplifying mathematical calculations, but also displaying purchase failures because of goods high prices on the graphical model. The authors obtained dependence of the number of buyers who refuse to purchase because of price of goods. The calculation curves for several of possible parameters for the received two-dimensional distribution are presented.

QUANTITATIVE APPROACH; THEORY OF DEMAND; INDIVIDUAL CONSUMPTION; PURCHASE FAILURE; CRITICAL PURCHASE PRICE; NEUTRAL LEVEL OF CONSUMPTION; ALLOCATED BUDGET FOR THE BENEFIT.

Введение. Теории потребительского поведения посвящен ряд исследований. Наиболее значимые из них можно найти в [1, 2]. Продажи конкретного товара многим покупателям концептуально рассмотрены, а также получена кривая продаж, в [3]. Предполагалось, что статистическое распределение покупателей по выделенным бюджетам (D) на покупку товара и их распределение по критическим¹ уровням потребления (q_0) — двумерное и равномерное.

¹ В наших предшествующих работах этого направления параметр q_0 назван уровнем нейтрального потребления, что адекватно отражает его смысл в контексте указанных работ. В контексте данной статьи, как и [3], точнее именовать его критическим уровнем потребления.

Это позволило упростить математические выкладки и получить аппроксимирующие функции для трех (из пяти) ценовых интервалов (см. рис. 1), где состояние всех покупателей однотипное. Каждый из них находится либо в состоянии насыщенного потребления (в интервале цен $0 < c < c_s^{sat}$), либо в состоянии эластичного потребления (в интервале $c_m^{sat} < c < c_s^{cr}$), либо вообще отказывается от покупок товара (при $c > c_m^{cr}$) из-за высокой, по мнению покупателя, цены. В последнем случае покупатель уходит в поисках меньшей цены. Не найдя ее, отказывается от покупок и перераспределяет свой бюджет

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований; проект № 14-06-00177 «Взаимодействие агентов рыночных отношений: кибернетический подход к анализу и математические модели».

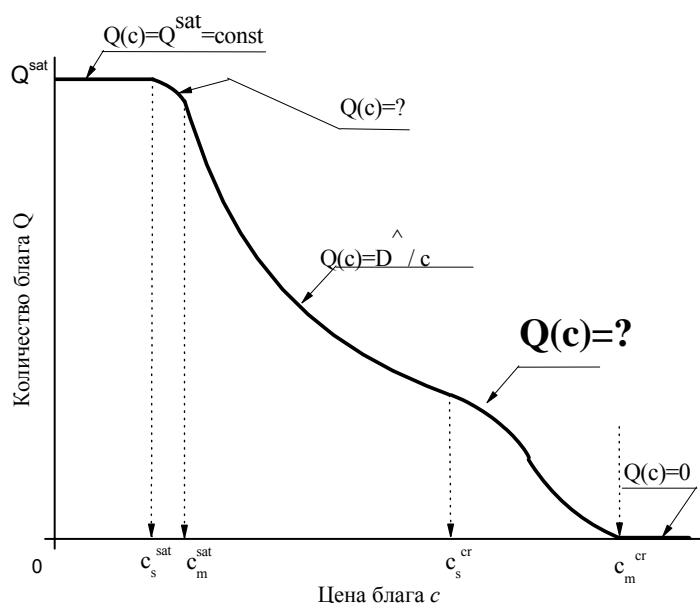


Рис. 1. Схематический вид кривой продаж [3]

в пользу низкокачественного продукта, предназначенного для удовлетворения той же потребности [4, 5].

Для переходных интервалов ($c_s^{sat} < c < c_m^{sat}$) и ($c_s^{cr} < c < c_m^{cr}$), где состояние покупателей смешанное, в работе [3] лишь схематически указан вид кривой (см. рис. 1).

Методика и результаты исследования. Далее будет получена аналитическая функция для зависимости числа покупателей, отказывающихся совершать покупки, от цены товара. Будет также рассмотрена наиболее интересная начальная часть переходного интервала ($c_s^{cr} < c < c_m^{cr}$) от состояний эластичного потребления всех покупателей к состояниям отказа от покупки некоторых из них.

Этот интерес обусловлен тем, что любой продавец всячески старается препятствовать уменьшению числа продаж и использует для этого широкий арсенал маркетинговых приемов (акции, скидки и т. п.) [6].

1. Распределение покупателей по бюджетам и критическим уровням потребления

Каждого i -го из N покупателей данного товара можно охарактеризовать тремя персонализированными параметрами [7]: уровнем насыщенного потребления q_i^{sat} ; выделенным

бюджетом D_i на благо; критическим уровнем потребления q_{0i} . При равномерном распределении [8] множества покупателей по трехмерной случайной величине (q_i^{sat}, D, q_{0i}) семейство функций индивидуальных покупок (индивидуального потребления) [7] будет сосредоточено в ограниченной области.² На рис. 2 эта область заштрихована.

К переходному интервалу цен $c_s^{cr} < c < c_m^{cr}$ уровни насыщенного потребления q_i^{sat} отношения не имеют, поэтому исключим их из списка параметров, характеризующих отдельного покупателя.

В такой ситуации каждого из множества покупателей блага можно характеризовать двумерной случайной величиной (D, q_0) и рассматривать двумерные статистические распределения персон по этому показателю. Будем полагать, что число потребителей блага достаточно велико ($N \rightarrow \infty$) чтобы эти распределения можно было бы считать непрерывными.

² При равномерном распределении есть возможность указать наибольшие (с нижним индексом m) и наименьшие (с нижним индексом s) значения соответствующих величин. Эти индексы использованы здесь в тексте и на рисунках.

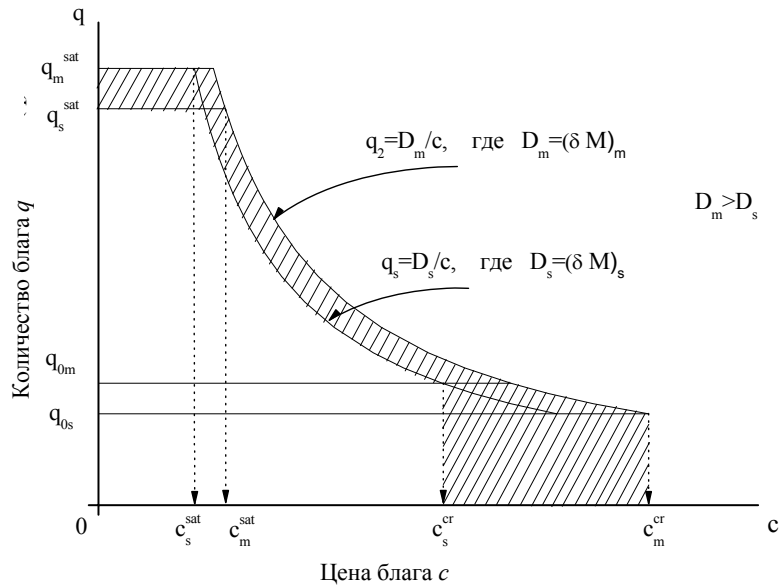


Рис. 2. Область множества кривых индивидуальных покупок (заштрихована)

Как и в [3], будем полагать, что распределение потребителей по выделенным бюджетам D и критическим уровням потребления q_0 – равномерное. В этом случае для плотности распределения $(f(D, q_0))$ двумерной случайной величины можно записать:

$$f(D, q_0) = \begin{cases} (D_m - D_s)^{-1}(q_{0m} - q_{0s})^{-1} & \text{при } D_s < D < D_m; q_{0s} < q_0 < q_{0m}, \\ 0 & \text{при } D_s > D > D_m; q_{0s} > q_0 > q_{0m}. \end{cases} \quad (1)$$

На поле $(D - q)$ (см. рис. 3) область ее существования можно указать прямоугольником $(D_s, D_m, q_{0s}, q_{0m})$ со сторонами $(q_{0m} - q_{0s})$ и $(D_m - D_s)$. Все множество покупателей блага отображается указанным прямоугольником. При этом каждый отдельный покупатель отображается элементарной площадкой³ $dS = dDdq_0$. Очевидно, что все элементарные площадки dS , отображающие покупателей, располагаются в пределах указанного прямоугольника.

³ Отметим: не точкой с координатами $(q_0; D)$. Отображение точкой привело бы к бессмыслице, поскольку число покупателей конечно, а на любой, включая элементарную, площадке dS число точек бесконечно.

2. Линии критических цен

Исходя из зависимости $q(c)$ на участке эластичного потребления [7]:

$$q(c) = D / c, \quad (2)$$

для каждого из потребителей блага можно указать критическую цену блага (c_i^{cr}) , такую, что при ценах $c > c_i^{cr} = D_i / q_{0i}$ потребитель перестает покупать благо.

Очевидно, что численные значения критических цен могут быть одинаковыми для разных потребителей (условно, для n -го, k -го, l -го и др.), если отношения их бюджетов на благо и критических уровней потребления $D_n / q_{0n}, D_k / q_{0k}, D_l / q_{0l}$ и т. д. равны друг другу. Для такого подмножества покупателей существует единая критическая цена:

$$c^{cr} = D_n / q_{0n} = D_k / q_{0k} = D_l / q_{0l} = \dots \quad (3)$$

На поле $(D - q)$ эта критическая цена отображается наклоном прямой $D = c^{cr} q$, исходящей из начала координат (см. рис. 3).

Для любого отдельного потребителя персонафицированная критическая цена товара c_i^{cr} может быть отображена наклоном отрезка, соединяющего начало координат с «его элементарной площадкой» dS .

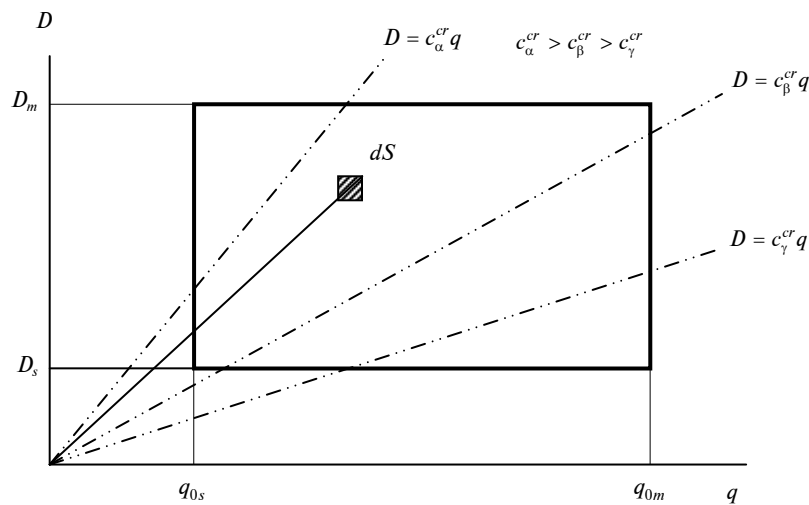


Рис. 3. Линии критических цен

Прерывистые прямые – для трех подмножеств α, β, γ потребителей, сплошная линия – линия критической цены отдельного потребителя

Каждую из линий критических цен для указанного выше подмножества потребителей можно рассматривать как *демаркационную*, разделяющую множество из N потребителей на два класса.

В одном из них оказываются потребители, для каждого из которых их персонализированные критические цены (c_i^{cr}) *больше*, чем цена, соответствующая выбранной демаркационной линии ($c_i^{cr} > c^{cr}$)⁴. Эти покупатели приобретают данный товар. Каждый из них покупает его в количестве, определяемом выражением (2). Отображающие этих покупателей площадки располагаются внутри прямоугольника $(D_s, D_m, q_{0s}, q_{0m})$, см. рис. 3, и *выше* выбранной демаркационной линии. Например, где $c_i^{cr} > c_\beta^{cr}$ и одновременно $c_i^{cr} > c_\gamma^{cr}$.

В другом классе оказываются потребители, для которых критическая цена меньше, чем цена, соответствующая выбранной демаркационной линии. Эти потребители не принимают участия в покупке данного товара. Отображающие их площадки располагаются внутри прямоугольника $(D_s, D_m, q_{0s}, q_{0m})$, *ниже* соответствующей демаркационной линии. Например, как это показано на рис. 3, где $c_i^{cr} < c_\alpha^{cr}$.

⁴ Для краткости нижние индексы $\alpha, \beta, \gamma...$ (см. рис. 3) опущены.

Из рис. 3 видим, что говорить о демаркационных линиях и соответствующих им ценах имеет смысл только в тех случаях, когда демаркационные линии пересекают прямоугольник $(D_s, D_m, q_{0s}, q_{0m})$. Другими словами, когда цена блага (c) находится в интервале $D_s / q_{0m} = c_s^{cr} < c < c_m^{cr} = D_m / q_{0s}$.

За границами этого интервала при ценах $c < c_s^{cr}$ каждый из потребителей блага находится в состоянии эластичного потребления. Он покупает благо в количестве, определяемом выражением (2). При ценах $c > c_m^{cr}$ все покупатели находятся в состоянии отказа от покупки блага.

3. Число потребителей, отказавшихся от покупки товара

Поведение потребителей товара в условиях возрастания его цены можно описать следующим образом.

При ценах $c < c_s^{cr}$ все покупатели находятся в состоянии эластичного потребления и покупают товар в соответствии с выделенным личным бюджетом D_i и ценой (2). В этом случае линии постоянных цен ($D = cq$) на поле $(D - q)$ располагаются ниже точки (q_{0m}, D_s) . Увеличение цены отображается увеличением наклона демаркационной линии. При этом число персон, покупающих благо, остается неизменным и равным N .

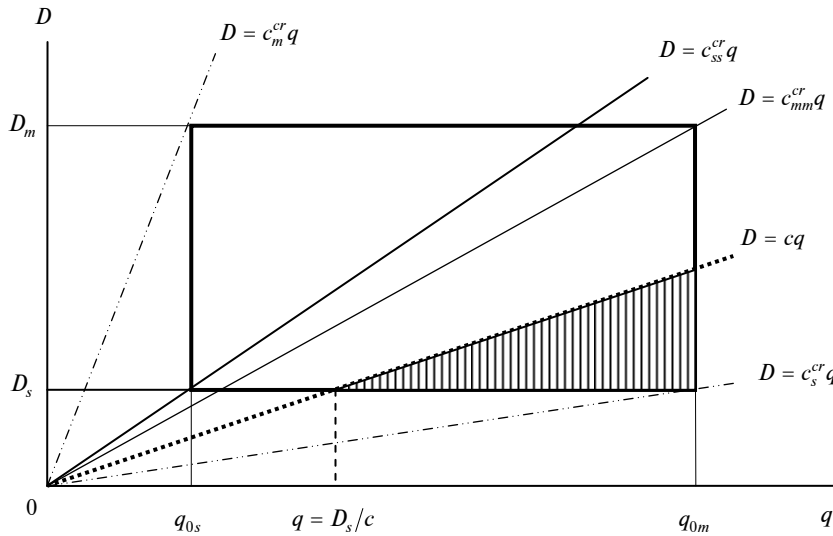


Рис. 4. Пространство $(D - q_0)$ при $D_m / D_s < q_{0m} / q_{0s}$

Заштрихована область, представляющая отказавшихся от покупок при цене c

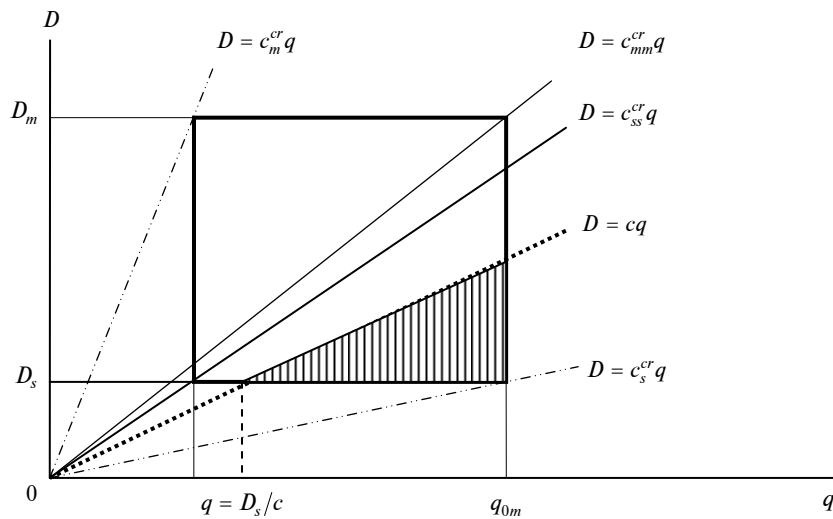


Рис. 5. Пространство $(D - q_0)$ при $D_m / D_s > q_{0m} / q_{0s}$

Заштрихована область, представляющая отказавшихся от покупок при цене c

Число потребителей, покупающих благо, начинает уменьшаться, когда цена достигает критического значения $c_s^{cr} = D_s / q_{0m}$. При цене $c > c_s^{cr}$ вероятность оказаться в категории прекративших покупать, определяется выражением

$$P = \iint_G f(D, q_0) dD dq_0, \quad (4)$$

где интегрирование проводится по области двумерного пространства G , ограниченного соответствующими кривыми (функциями выбранных переменных) [9; 10, с. 449].

При некоторой цене (c) ценовая линия делит множество покупателей на отказавшихся от покупки блага и продолжающих его покупать.

В интервале цен:

$$c_s^{cr} < c < \min \rightarrow \begin{cases} D_m / q_{0m}, \\ D_s / q_{0s}, \end{cases} \quad (5)$$

первая категория покупателей (см. рис. 4, 5) представлена треугольной областью (заштрихована). Ситуация, соответствующая «верхней» части неравенства (5), когда $c_s^{cr} < c < D_m / q_{0m}$, показана на рис. 4, а соответствующая его «нижней» части — на рис. 5.

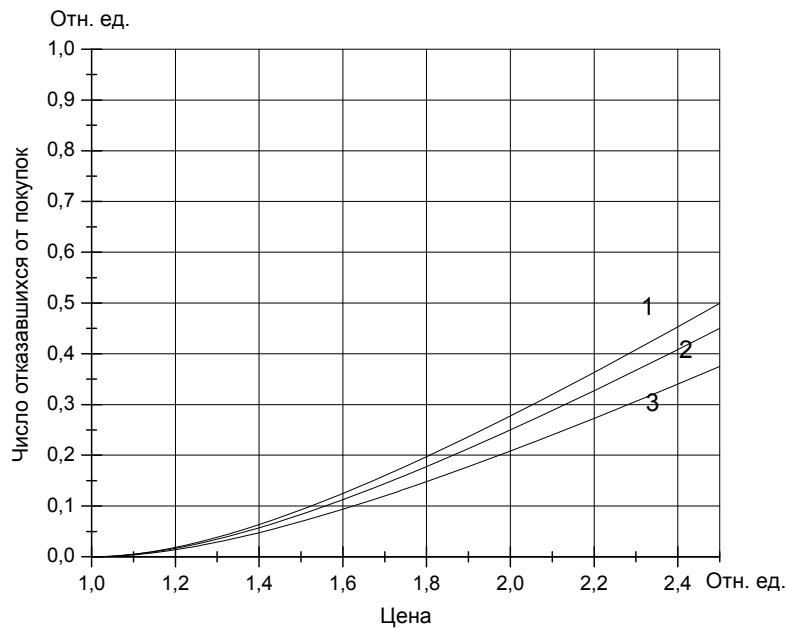


Рис. 6. Зависимость числа прекративших покупку от цены блага
 1 — $\bar{D} = 2,5; \check{q}_{0m} = 2,5$; 2 — $\bar{D} = 2,5; \check{q}_{0m} = 3,0$; 3 — $\bar{D} = 3,0; \check{q}_{0m} = 2,5$

Отличие между ними состоит в том, что различно взаимное расположение линий цен, соответствующих критическим ценам c_{ss}^{cr} и c_{mm}^{cr} .

Вероятность (P) обнаружить принадлежность покупателей к числу отказавшихся от покупки в интервале цен, указанном в (5), будет определяться выражением

$$P(c) = \int_{\frac{D_s}{c}}^{q_{0m}} \int_{D_s}^{cq} f(D, q_0) dD dq_0. \quad (6)$$

При равномерном распределении персон по двумерной величине (D, q_0) вычисления дают

$$P(c) = \frac{(cq_{0m} - D_s)^2}{2c(D_m - D_s)(q_{0m} - q_{0s})}. \quad (7)$$

Выражение (7) показывает, что из общего числа персон (N), покупавших товар у данного продавца, когда цена не превышала значения D_s / q_{0m} , число персон, прекративших покупки товара (\check{N}) при цене c , определяется выражением

$$\check{N}(c) = \frac{N}{2(D_m - D_s)(q_{0m} - q_{0s})} \cdot \frac{(cq_{0m} - D_s)^2}{c}, \quad (8)$$

которое справедливо при ценах, указанных в выражении (5).

Для удобства анализа выражений (7) и (8) представим их в относительных единицах. Цену товара c выразим в единицах $c_s^{cr} = D_s / q_{0m}$, т. е. введем относительную цену $\check{c} = c / c_s^{cr}$. Наибольший из бюджетов D_m выразим в единицах наименьшего D_s , т. е. введем относительный наибольший бюджет $\bar{D}_m = D_m / D_s$. Наибольший из уровней критического потребления q_{0m} выразим в единицах наименьшего, т. е. $\check{q}_{0m} = q_{0m} / q_{0s}$. Относительное число персон, прекративших совершать покупки (\check{N}), выразим в единицах общего числа покупателей, т. е. $\check{N} = N / N$. В этом случае выражения (7) и (8) принимают вид:

$$P(\check{c}) = \check{N}(\check{c}) = \check{A} \frac{(\check{c} - 1)^2}{\check{c}}, \quad \check{c} > 1, \quad (9)$$

где безразмерный множитель $\check{A} = \frac{\check{q}_{0m}}{2(\bar{D}_m - 1)(\check{q}_{0m} - 1)}$

представляет собой вещественное число, которое определяется другими вещественными числами $(\bar{D}_m$ и $\check{q}_{0m})$, характеризующими распределение персон по бюджетам и уровням критического потребления.

Задавая их на основе тех или иных соотношений, нетрудно получить кривые для интересующей зависимости $\check{N}(\check{p})$. Например, для трех возможных комбинаций \check{D}_m и \check{q}_{0m} эти кривые показаны на рис. 6.

За пределами рассмотренного интервала цен (5), когда $c > \min \rightarrow \begin{cases} D_m / q_{0m}, \\ D_s / q_{0s}, \end{cases}$ область интегрирования G , указанная в (6), разбивается на «четырехугольную» и «треугольную» для соответствующих интервалов. Вычисления могут быть выполнены на основе выражения (4).

В заключение отметим, что данное исследование продолжает предыдущее, направленное на получение функции продаж. В [7] показано, что при субъективно высокой

цене товара покупатели отказываются от покупок у данного продавца и уходят в поисках меньшей цены.

Выводы. Полученная в данной работе зависимость числа покупателей товара от цены будет использована при получении зависимости количества проданного товара от его цены (функции продаж) при взаимодействии продавца с многими покупателями, каждый из которых субъективно оценивает уровень цены и принимает решение о совершении покупки или отказе от нее.

Выражаем искреннюю благодарность профессору Дмитриеву Александру Георгиевичу за плодотворные обсуждения и конструктивную критику данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пол Э. Самуэльсон, Вильям Д. Нордхаус. Экономика. М.: Изд. дом «Вильямс», 2014. 1360 с.
2. Вехи экономической мысли. Теория потребительского поведения и спроса / под ред. В.М. Гальперина. СПб.: Экономическая школа, 2000. Т. 1. 380 с.
3. Козелецкая Т.А. Кривая продаж товара как функция покупок многими потребителями // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки. 2014. № 6(209). С. 208–214.
4. Гальперин В.М., Игнатъев С.М., Моргунов В.И. Микроэкономика : в 2 т. Т. 1. Микроэкономика / под общ. ред. В.М. Гальперина. СПб.: Экономическая школа, 1994. Т. 1. 349 с.
5. Раяцкас Р.Л., Плакунов М.К. Количественный анализ в экономике. М.: Наука, 1987. 392 с.
6. Маркетинг менеджмент. СПб.: Питер, 2014. 800 с.
7. Герман Е.А. Функция индивидуального потребления блага // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки. 2012. № 6(161). С. 34–36.
8. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. М.: Финансы и статистика, 1983. 472 с.
9. Попов А.М., Сотников В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник. М.: Юрайт, 2014. 448 с.
10. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. 13-е изд. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 544 с.

REFERENCES

1. Pol E. Samuel'son, Vil'iam D. Nordkhaus. Ekonomika [Economy]. M.: Izd. dom «Vil'iams», 2014. 1360 s. (rus)
2. Vekhi ekonomicheskoi mysli. Teoriia potrebitel'skogo povedeniia i sprosa [Milestones of economic thought. Theory of consumer behavior and demand]. Pod red. V.M. Gal'perina. SPb.: Ekonomicheskaja shkola, 2000. T. 1. 380 s. (rus)
3. Kozeletskaja T.A. The distribution curve as a function of the shopping by many consumers. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics*, 2014, no. 6(209), pp. 208–214. (rus)
4. Gal'perin V.M., Ignat'ev S.M., Morgunov V.I. Mikroekonomika [Microeconomics]: v 2 t. T. 1. Mikroekonomika; pod obshch. red. V.M. Gal'perina. SPb.: Ekonomicheskaja shkola, 1994. T. 1. 349 s. (rus)
5. Raiatskas R.L., Plakunov M.K. Kolichestvennyi analiz v ekonomike [Quantitative analysis of the economy]. M.: Nauka, 1987. 392 s. (rus)
6. Marketing menedzhment [Marketing Management]. SPb.: Piter, 2014. 800 s. (rus)
7. Herman E.A. The function of individual consumption goods. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics*, 2012, no. 6(161), pp. 34–36. (rus)
8. Aivazian S.A., Eniukov I.S., Meshalkin L.D. Prikladnaia statistika: Osnovy modelirovaniia i pervichnaia

obrabotka dannykh [Applied Statistics: Basics of modeling and primary data processing]. М.: Finansy i statistika, 1983. 472 s. (rus)

9. **Попов А.М., Сотников В.Н.** Teoriia veroiatnostei i matematicheskaia statistika [Theory of Probability and Mathematical Statistics]: uchebnik. М.: Iurait,

2014. 448 s. (rus)

10. **Bronshhtein I.N., Semendiaev K.A.** Spravochnik po matematike dlia inzhenerov i uchaschchikhsia vuzov [Handbook of mathematics for engineers and university students]. 13-e izd. М.: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1986. 544 s. (rus)

КОЗЕЛЕЦКАЯ Татьяна Александровна – доцент Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, кандидат экономических наук.

195251, Политехническая ул., д. 29, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: marta9578@mail.ru

KOZELETSKAIA Tat'iana A. – St. Petersburg Polytechnic University.

195251. Politechnicheskaya str. 29. St. Petersburg. Russia. E-mail: marta9578@mail.ru

ГЕРМАН Елена Александровна – ассистент Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Политехническая ул., д. 29, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: elena250573@rambler.ru

GERMAN Elena A. – St. Petersburg Polytechnic University.

195251. Politechnicheskaya str. 29. St. Petersburg. Russia. E-mail: elena250573@rambler.ru
