

УДК 51-7

Т.А. Козелецкая
КРИВАЯ ПРОДАЖ ТОВАРА
КАК ФУНКЦИЯ ПОКУПОК МНОГИМИ ПОТРЕБИТЕЛЯМИ*

Т.А. Kozeletskaia
THE DISTRIBUTION CURVE AS A FUNCTION
OF THE SHOPPING BY MANY CONSUMERS

В рамках количественного подхода в теории спроса получена кривая продаж товара как суперпозиция функций индивидуального потребления блага. Показано, что кривая имеет пять ценовых интервалов. В пределах трех из них каждый покупатель находится в одном из трех состояний: насыщенного, эластичного или нулевого потребления. Для этих интервалов получены аналитические выражения для зависимости количества проданного товара от его цены.

СПРОС; КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ ПОДХОД; МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОВЕДЕНИЯ ПОКУПАТЕЛЕЙ; КРИВАЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПОКУПОК; КРИВАЯ ПРОДАЖ.

Within the framework of the quantitative approach in the demand theory there was obtained a curve of the goods distribution as a superposition of the individual goods consumption functions. It is shown that the curve has five price ranges. Within three of them each buyer is in one of the three states: saturated, elastic or zero consumption. For these intervals, obtained are the analytical expressions for the dependence of the amount of the goods sold on their price.

DEMAND; QUANTITATIVE APPROACH; MATHEMATICAL MODELS OF CONSUMER BEHAVIOR; CURVE INDIVIDUAL PURCHASES; CURVE OF SALE.

Одна из целей теоретических исследований – выработка рекомендаций для практической деятельности людей. Очевидно, что рыночные отношения, в том числе товарно-денежный обмен и сопровождающие его явления, могут быть рассмотрены с указанной целью как с позиции продавца, так и с позиции покупателя.

В сложившейся теории, ориентированной на выработку рекомендаций преимущественно производителям и распространителям благ, законом спроса принято называть утверждение об отрицательном наклоне кривой, связывающей количество покупаемого товара с его ценой [1]. При этом принято различать так называемый индивидуальный спрос на благо (товар) [2, 3] и рыночный (агрегированный, коллективный) [4]. Следуя Дж. Хиксу [5], принято считать, что в прикладном отношении агрегированный, рыночный спрос важнее

индивидуального, что подтверждает вышеизложенное о целевой ориентации теории. Разработанный понятийный аппарат теории, естественно, подчинен ее целевой функции. Одними из ключевых являются понятия «спрос» и «предложение».

Попытки представить рыночный спрос через так называемую функцию коллективных предпочтений [6] выявили серьезные трудности [7, 8]. Пути преодоления их в рамках концепции взаимодействия абстрактных категорий «спрос» и «предложение» пока не найдены.

В данной работе мы придерживаемся несколько иной, можно сказать, уточненной концепции взаимодействия конкретных агентов рыночных отношений, под которыми будем понимать конкретных лиц, принимающих решения при совершении сделки купли-продажи.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 14-06-00177 «Взаимодействие агентов рыночных отношений: кибернетический подход к анализу и математические модели».

Статья публикуется в порядке дискуссии.

В рамках этой концепции воспользуемся так называемым кибернетическим подходом «черного ящика», который преобразует сигнал «на входе» в сигнал «на выходе», и уточним, *кто* и *что* предлагает, а также *кто* и *какие решения* принимает при совершении элементарной операции купля-продажа товара (услуги), при которой происходит переход прав собственности.¹

При таком элементарном взаимодействии продавца и покупателя, очевидно, что продавец предлагает не только товар, но и его цену. Если между продавцом и покупателем состоится торг, то решение по цене принимает продавец, предлагая (или не предлагая) новую цену. Так или иначе, ценовое предложение исходит от продавца. Но решение об обмене товара по предложенной цене на деньги (о совершении сделки) принимает покупатель.

Каждый из участников этого элементарного взаимодействия располагает принципиально разной информацией («сигнал на входе»). Покупатель знает не только свои предпочтения, но и свои финансовые возможности. Но он не имеет информации о покупках, сделанных другими покупателями у данного продавца. Продавец же, напротив, не осведомлен о предпочтениях и доходах данного покупателя, но знает результаты своего взаимодействия с другими покупателями. Получается, что каждый из принимающих решение при совершении операции «купля-продажа» делает это в условиях неполной информации, касающейся всех обстоятельств, имеющих отношение к ней.²

В рамках этой концепции взаимодействия конкретного покупателя и конкретного продавца в работе [9] получена функция индивидуального потребления (ФИП) блага за тот или иной интервал времени³ (*год, месяц* и др.). Она представляет собой зависимость количества покупаемого блага за выбранный период (q) от его цены (c).

¹ Это значит, что покупки в кредит в данной работе останутся без внимания.

² Мы не используем здесь предположение о полной информированности участников рынка, что обычно делают.

³ Этот интервал должен быть много больше промежутка времени между двумя последовательными событиями непосредственного физического потребления делимого блага, приводящего к физическому его исчезновению. Вопрос о *неделимых* благах длительного пользования обсудим в последующих публикациях.

Для конкретного *делимого* блага она имеет вид [9]:

$$q(c) = \begin{cases} q^{sat} & \text{при } 0 < c < c^{sat}, \text{ где } c^{sat} = \frac{\delta M}{q^{sat}}; \\ \frac{\delta M}{c} & \text{при } c^{sat} < c < c^{cr}, \text{ где } c^{cr} = \frac{\delta M}{q_0}; \\ 0 & \text{при } c > c^{cr}, \end{cases} \quad (1)$$

где q^{sat} — количество блага, полностью удовлетворяющее потребность индивида в нем за выбранный период времени (*sat* от англ. *saturation* — насыщение); c^{sat} — цена блага, при которой покупатель в состоянии купить такое количество блага, имея доход M за тот же период времени и выделяя его долю δ на покупку данного блага ($0 < \delta < 1$); q_0 — так называемый уровень нейтрального потребления, т. е. такое количество блага, при потреблении которого потребитель не ощущает ни удовлетворения, ни раздражения; c^{cr} — цена, при которой, имея доход M , индивид может купить его в количестве $q = q_0$.

Количество блага q измеряется в физических единицах количества и физических единицах времени. Физические единицы количества для делимых товаров — это единицы массы или объема. Например, для твердых делимых продуктов удобно использовать единицы массы (килограммы, унции, тонны и др.); для жидких и газообразных продуктов — единицы объема (литры, баррели, кубические километры, пинты и др.). В результате, количество потребляемого, например, сахара в месяц, будет представлено *именованным числом*, к примеру, 2,5 кг/мес., а бензина — 64 л/мес. Переход от единиц массы к единицам объема и наоборот выполнить просто, используя данные о плотности интересующего продукта.

Физические единицы времени (c , ч, мес., год и др.) обычно выбирают совпадающими с рассматриваемым периодом и поэтому, нередко забывают их указывать.

Цена (c), как известно, указывает стоимость (в руб., долл. и т. п.) единицы количества товара в соответствующих денежных единицах (руб./кг; долл./баррель; тыс. руб./автомобиль).

В функции (1) произведение коэффициент выбора δ на доход M (δM) можно называть выделенным бюджетом на данное благо или допустимыми расходами на покупку данного блага. Для краткости далее будем обозначать его как D , т. е. ($\delta M \equiv D$).

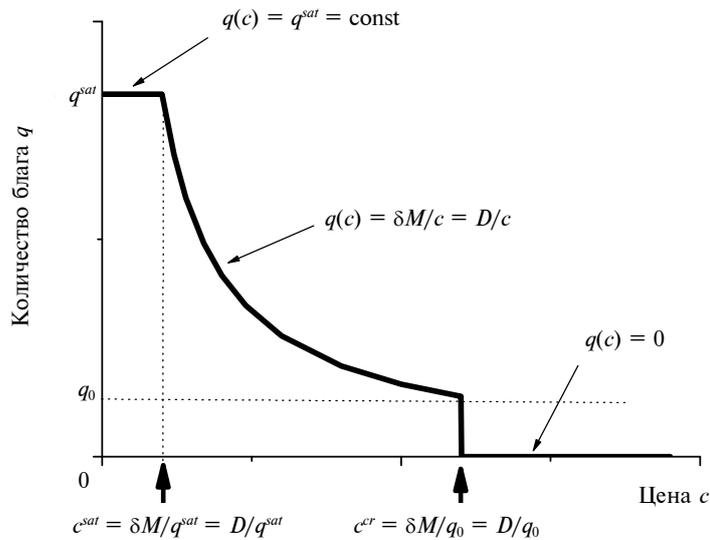


Рис. 1. Кривая индивидуального потребления делимого блага

Графическое изображение этой функции приведено на рис. 1.

Ее можно называть также функцией индивидуальных покупок, имея в виду покупки без цели спекулятивных перепродаж.⁴

На кривой индивидуального потребления (покупок) имеются три ценовых интервала.

1) $0 < c < c^{sat}$ (насыщенное потребление). При таких ценах количество потребляемого блага не зависит от цены и равно количеству (q^{sat}), необходимому для полного удовлетворения потребности покупателя в этом благе. При этом фактические расходы на покупку блага будут зависеть линейно от его цены: $D^{sat}(c) = q^{sat}c$.

2) $c^{sat} < c < c^{cr}$ (эластичное потребление). При таких ценах количество покупаемого блага при фиксированном бюджете зависит от его цены по *гиперболическому закону*. Изменение дохода покупателя (M) и его предпочтений (учитываются коэффициентом выбора δ), а значит, и изменение бюджета на благо, приводит к изменению потребления. Формально, математически это отображается «переходом» на другую гиперболу, соответствующую новому произведению $\delta M \equiv D$.

По мере роста цены на участке эластичного потребления количество покупаемого блага уменьшается. Как только оно достигает уровня нейтрального потребления (значения

q_0) ощущение удовлетворения (положительная полезность) от потребления блага сменяется [10] на ощущение раздражения (отрицательная полезность). Это происходит при критической цене $c^{cr} = \frac{\delta M}{q_0}$.

3) $c > c^{cr}$ (отказ от потребления). Покупатель перестает покупать данное благо ($q = 0$).

Скачкообразное падение до нуля потребления данного блага ведет к перераспределению дохода, естественно, в пользу более дешевого продукта, предназначенного для удовлетворения той же потребности. Эти соображения дали возможность построить количественную модель эффекта Гиффена [3] (увеличение потребления блага с ростом его цены).

Отметим, что покупки данного блага конкретным потребителем (покупателем) могут совершаться как у одного и того же продавца (если нет других), так и у разных (если имеется возможность выбора). На вид зависимости $q(c)$ это обстоятельство не влияет.

Для *неделимых* благ некоторые из величин в (1) теряют свой экономический смысл. В частности, для неделимых благ теряет смысл так называемый уровень нейтрального потребления q_0 . Смысл же q^{sat} сохраняется, хотя несколько в модифицированном виде.⁵ Скажем лишь, что участок эластичного потребле-

⁴ Экономическое поведение этой категории покупателей в данной работе оставим без внимания.

⁵ Обсуждение вида функции индивидуального потребления в этом случае сделаем в одной из следующих публикаций.

ния с плавной зависимостью $q(c)$ (непрерывная функция) трансформируется в функцию с графиком ступенчатого вида.

Далее получим агрегированную кривую покупок *делимого* блага многими покупателями. При этом будем учитывать индивидуальность предпочтений и доходов каждого из множества покупателей и не будем различать покупки у конкретного продавца и покупки у группы продавцов, территориально находящихся в зоне доступности для каждого из покупателей.⁶

Другими словами, получим зависимость количества купленного многими покупателями блага от его цены, имея в виду, что каждый из покупателей ведет себя на количественно-ценовом поле (см. рис. 1) в соответствии с ФИП (1).

Очевидно, что индивидуальность каждого покупателя формально отображается множеством персонифицированных параметров, входящих в выражение (1). К ним относятся: M – доход покупателя; δ – коэффициент выбора; q_0 – уровень нейтрального потребления блага; q^{sat} – уровень насыщенного потребления.

При учете индивидуальности параметров каждого из покупателей следует рассматривать статистические распределения персон по каждому из них: по бюджету, выделенному на благо ($D \equiv \delta M$); по уровню нейтрального потребления q_0 ; по уровню насыщенного потребления q^{sat} . Из этих распределений ни одно не может рассматриваться как установленное теоретически и подтвержденное сравнением с эмпирическими данными. По этой причине будем использовать упрощающие предположения.

Будем считать, что распределения персон по каждому из параметров, определяющих функцию индивидуальных покупок (1), – равномерные.

Равномерным будем считать распределение персон по бюджетам на данное благо с плотностью распределения $\varphi(D)$:

$$\varphi(D) = \begin{cases} \frac{1}{D_2 - D_1} & \text{при } D \in [D_1, D_2]; \\ 0 & \text{при } D \notin [D_1, D_2], \end{cases} \quad (2)$$

где D_1 и D_2 – *граничные* значения бюджетов на покупку блага.

⁶ Ее можно называть также кривой продаж (не спроса), как это и указано в названии статьи.

Равномерным будем считать распределение персон по насыщающему количеству блага q^{sat} с плотностью распределения $\varphi(q^{sat})$:

$$\varphi(q^{sat}) = \begin{cases} \frac{1}{q_2^{sat} - q_1^{sat}} & \text{при } q^{sat} \in [q_1^{sat}, q_2^{sat}]; \\ 0 & \text{при } q^{sat} \notin [q_1^{sat}, q_2^{sat}], \end{cases} \quad (3)$$

где q_1^{sat} , q_2^{sat} – *граничные* значения насыщающих количеств блага.

Равномерным будем считать распределение персон по нейтральным уровням потребления q_0 с плотностью распределения $\varphi(q_0)$:

$$\varphi(q_0) = \begin{cases} \frac{1}{q_{02} - q_{01}} & \text{при } q_0 \in [q_1, q_2]; \\ 0 & \text{при } q_0 \notin [q_1, q_2], \end{cases} \quad (4)$$

где q_{01} , q_{02} – *граничные* значения нейтральных уровней потребления.

Существование *граничных* значений указанных величин дает возможность четко указать область расположения множества кривых индивидуальных покупок на количественно-ценовом поле (на графическом поле цена – количество) (рис. 2), на котором указаны также важные для последующего изложения некоторые из характерных значений цен (c_1^{sat} , c_2^{sat} , c_1^{cr} , c_2^{cr}), при которых имеет место пересечение соответствующих кривых.

Если на рынке конечного потребления рассматривать изменение цены на благо от нуля и далее, то можно сказать следующее.

В интервале $0 < c < c_1^{sat}$ вне зависимости от цены на благо *каждым* потребителем покупается его количество q^{sat} , необходимое для полного удовлетворения потребности в этом благо (насыщенное потребление). На этом участке любая из персонифицированных кривых индивидуальных покупок располагается между прямыми $q(c) = q_1^{sat}$ и $q(c) = q_2^{sat}$.

В интервале цен $c_1^{sat} \dots c_2^{sat}$ происходит переход отдельных покупателей из состояния насыщенного потребления в состояние эластичного потребления. Цена блага, при которой конкретный покупатель переходит к эластичному потреблению, соответствует точке пересечения персонифицированных кривых насыщенного и эластичного потребления. При цене c_2^{sat} все покупатели переходят в состояние эластичного потребления.

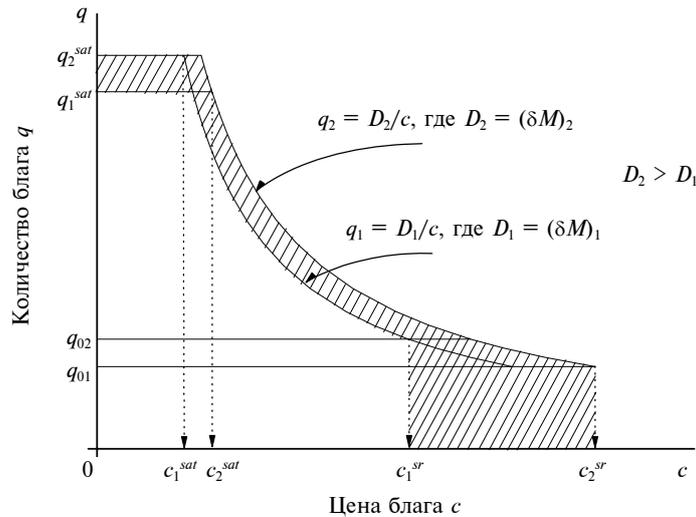


Рис. 2. Область расположения кривых индивидуальных покупок (заштрихована)

В интервале цен $c_2^{sat} \dots c_1^{cr}$ все покупатели находятся в состоянии эластичного потребления. Каждый из них покупает благо в количестве, определяемом бюджетом на благо (D) и ценой c , т. е. $q = D/c$.

В интервале $c_1^{cr} \dots c_2^{cr}$ происходит отказ отдельных покупателей от потребления блага из-за невозможности купить его в количестве $q > q_0$.

Естественно, что при ценах в интервале $c_1^{sat} \dots c_2^{sat}$ и интервале $c_1^{cr} \dots c_2^{cr}$ кривые индивидуальных покупок могут пересекаться друг с другом.

Для получения кривой покупок множеством потребителей – зависимости $Q(c)$, нужно решить задачу суммирования множества функций индивидуальных покупок, т. е. при каждом значении цены найти сумму:

$$Q(c) = \sum_{i=1}^N q(c), \quad (5)$$

где N – число покупателей данного блага.

Специфика данной задачи состоит в том, что число покупателей данного блага не остается постоянным. По мере возрастания цены, когда $c > c_1^{cr}$, оно убывает из-за отказов от покупок. Это означает, что при таких ценах имеем:

$$N = N(c), \text{ причем } \frac{dN}{dc} < 0. \quad (6)$$

При ценах $c > c_2^{cr}$ покупателей данного блага нет ($N = 0$).

Учитывая, что число покупателей блага зависит от цены блага, суммирование в соответствии с выражением (5) проведем по отдельным ценовым интервалам.

1) В диапазоне цен $0 < c < c_1^{sat}$ число покупателей $N = \text{const}$. Каждый из покупателей находится в состоянии насыщенного потребления ($q_i = q_i^{sat}$). В результате суммирования получим:

$$\sum_{i=1}^N q_i^{sat} = Q^{sat} = \text{const}. \quad (7)$$

где Q^{sat} – объем продаж данного блага, обеспечивающий насыщенное потребление всех покупателей.

2) В диапазоне цен $c_2^{sat} < c < c_1^{cr}$ все покупатели находятся в состоянии эластичного потребления $N = \text{const}$.

В этом диапазоне цен

$$Q = \sum_{i=1}^N \frac{D_i}{c} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^N D_i = \frac{\hat{D}}{c}, \quad (8)$$

где $\hat{D} = \sum_{i=1}^N D_i = \sum_{i=1}^N \delta_i M_i$ – совокупные расходы потребителей на покупку данного блага. Они численно совпадают с платежеспособным спросом в рамках традиционных представлений.

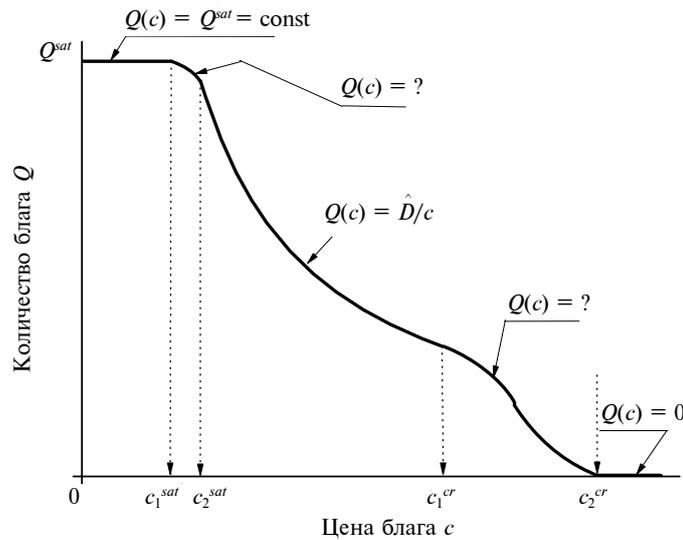


Рис. 3. Кривая продаж

Из (8) видно, что зависимость $Q(c)$ в диапазоне цен эластичного потребления — гиперболическая. Нетрудно получить численное значение эластичности количества проданного блага (Q), выраженного в физических единицах, по цене c :

$$\xi = \frac{dQ}{dc} \frac{c}{Q} = -1. \quad (9)$$

3) В диапазоне цен $c > c_2^{sat}$ все покупатели перестали покупать данное благо и поэтому $Q = 0$.

4) Для «переходного диапазона» цен $c_1^{sat} < c < c_2^{sat}$ ясно, что получится плавный переход от зависимости $Q(c) = Q^{sat}$ к гиперболической зависимости $Q(c) = \hat{D} / c$.

5) Для другого «переходного диапазона» цен $c_1^{cr} < c < c_2^{cr}$ следует учитывать отказ части покупателей от покупок, т. е. вместо (5) следует использовать:

$$Q(c) = \sum_{i=1}^{N(c)} q(c). \quad (10)$$

Для выполнения суммирования в соответствии с (10) первоначально необходимо установить зависимость $N(c)$, что требует численных расчетов, методика, алгоритм и результаты которых будут представлены

в последующих публикациях. Априори можно сказать, что эластичность количества проданного блага по цене будет зависеть от цены и, оставаясь отрицательной величиной, иметь минимальное значение.

Вышеизложенное дает возможность схематически изобразить кривую продаж (рис. 3), и указать вид аналитических зависимостей для трех из пяти ценовых диапазонов.

В заключение обратим внимание на важное, по нашему мнению, обстоятельство.

Если рассматривать взаимодействие конкретного продавца товара с множеством покупателей, то в диапазоне цен эластичного потребления ($c_2^{sat} < c < c_1^{cr}$) для любой точки на кривой продаж произведение Qc — проданного количества блага (Q) на его цену (c) остается постоянным и равным суммарным расходам

всех покупателей ($Qc = \frac{\hat{D}}{c} c = \hat{D}$). Для продавца это произведение представляет собою доход

(выручку) от продаж данного блага, который, как видим, не зависит от цены продаж. На этом участке кривой продаж можно говорить о безразличии продавца по доходу.

Все приведенное открывает новые возможности для понимания механизма ценообразования, без использования небесспорной концепции существования рыночного равновесия между спросом и предложением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гальперин В.М., Игнатъев С.М., Моргунов В.И. Микроэкономика : в 2 т. Т. 1. Микроэкономика / под общ. ред. В.М. Гальперина. СПб.: Экономическая школа, 1994. Т. 1. 349 с.
2. Stoun R. Mathematical Models of the Economy and Other Essays. London, Chapman & Hall, 1970. 335 p.
3. Герман Е.А., Дмитриев А.Г., Козелецкая Т.А. Теория потребительского спроса: кривая индивидуального спроса и эффект Гиффена // Журнал экономической теории. Екатеринбург: Институт экономики УрО РАН, 2010. № 2. С. 134–139.
4. Горбунов В.К. Модель экономики с обобщенным рыночным спросом и единственным равновесием // Журнал экономической теории. 2012. № 4 (Екатеринбург: Институт экономики УрО РАН). С. 18–28.
5. Хикс Дж.Р. Стоимость и капитал : пер. с англ. / общ. ред и вступ. ст. Р.М. Энтова. М.: Прогресс, 1993. 488 с. (Экономическая мысль Запада).
6. Горбунов В.К. Обобщенная модель потребительского спроса и выявленное предпочтение // Труды Средневолжского математического общества. 2007. Т. 9, № 2.
7. Горбунов В.К. Особенности агрегирования потребительского спроса // Журнал экономической теории. 2009. № 1 (Екатеринбург, Институт экономики УрО РАН). С. 85–94.
8. Gorman W.M. Community preference fields // *Econometrica*, 1953, vol. 21, no. 1.
9. Герман Е.А. Функция индивидуального потребления блага // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки. 2012. № 6(161). С. 34–36.
10. Герман Е.А., Дмитриев А.Г., Козелецкая Т.А. Теория потребительского спроса: психофизическое обоснование дифференциального уравнения кардиналистской полезности // Журнал экономической теории. 2011. № 1 (Екатеринбург: Институт экономики УрО РАН). С. 111–117.

REFERENCES

1. Gal'perin V.M., Ignat'ev S.M., Morgunov V.I. Mikroekonomika : v 2 t. T. 1. Mikroekonomika; pod obshch. red. V.M. Gal'perina. SPb.: Ekonomicheskaja shkola, 1994. T. 1. 349 s. (rus)
2. Stoun R. Mathematical Models of the Economy and Other Essays. London, Chapman & Hall, 1970. 335 p.
3. German E.A., Dmitriev A.G., Kozeletskaja T.A. Teoriia potrebitel'skogo spros'a: krivaia individual'nogo spros'a i effekt Giffena. *Zhurnal ekonomicheskoi teorii. Ekaterinburg: Institut ekonomiki UrO RAN*, 2010. № 2. S. 134–139. (rus)
4. Gorbunov V.K. Model' ekonomiki s obobshchennym rynochnym spros'om i edinstvennym ravnovesiem. *Zhurnal ekonomicheskoi teorii*. 2012. № 4 (Ekaterinburg: Institut ekonomiki UrO RAN). S. 18–28. (rus)
5. Khiks Dzh.R. Stoimost' i kapital : per. s angl. Obshch. red i vstup. st. R.M. Entova. M.: Progress, 1993. 488 s. (Ekonomicheskaja mysl' Zapada). (rus)
6. Gorbunov V.K. Obobshchennaia model' potrebitel'skogo spros'a i vyiavlennoe predpochtenie. *Trudy Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*. 2007. T. 9, № 2. (rus)
7. Gorbunov V.K. Osobennosti agregirovaniia potrebitel'skogo spros'a. *Zhurnal ekonomicheskoi teorii*. 2009. № 1 (Ekaterinburg, Institut ekonomiki UrO RAN). S. 85–94. (rus)
8. Gorman W.M. Community preference fields. *Econometrica*, 1953, vol. 21, no. 1.
9. Herman E.A. The function of individual consumption goods. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics*, 2012, no. 6(161), pp. 34–36. (rus)
10. German E.A., Dmitriev A.G., Kozeletskaja T.A. Teoriia potrebitel'skogo spros'a: psikhofizicheskoe obosnovanie differentsial'nogo uravneniia kardinalistskoi poleznosti. *Zhurnal ekonomicheskoi teorii*. 2011. № 1 (Ekaterinburg: Institut ekonomiki UrO RAN). S. 111–117. (rus)

КОЗЕЛЕЦКАЯ Татьяна Александровна – доцент Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, кандидат экономических наук.

195251, Политехническая ул., д. 29, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: marta9578@mail.ru

KOZELETSKAIA Tat'iana A. – St. Petersburg State Polytechnical University.

195251. Politechnicheskaya str. 29. St. Petersburg. Russia. E-mail: marta9578@mail.ru
