УДК 338

В.П. Первадчук, В.М. Севодина, М.А. Севодин

О РИСКАХ, УЧИТЫВАЕМЫХ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНДИКАТОРОВ

V.P. Pervadchuk, V.M. Sevodina, M.A. Sevodin

ABOUT THE RISKS, ACCOUNTED IN THE MODELING OF ECONOMIC INDICATORS

Изучены процессы возникновения рисков при моделировании экономических индикаторов, имеющих пороговые значения. Получены формулы для определения рисков в случае многофакторной регрессии. Предложены способы управления рисками. Результаты статьи проиллюстрированы на примере модели формирования рыночной стоимости квартиры с учетом ее площади и местоположения.
ЛИНЕЙНЫЕ РЕГРЕССИИ. РИСКИ. ДОПУСТИМЫЕ СОСТОЯНИЯ. КАЧЕСТВО МОДЕЛИ. ОПАСНЫЕ СИТУАЦИИ. ЛОЖНЫЕ ОЦЕНКИ.

The present paper is developed to the processes of risk arise in the modeling of economic indicators, with the threshold values. The formulas for determining risks in the case of multifactor regression are received. Proposed methods of risk management. The results of this paper are illustrated by the example of model of formation of the market value of the apartment with the view of its area and location.
LINEAR REGRESSION. THE RISKS. THE AVAILABLE STATUS. THE QUALITY OF THE MODEL. DANGEROUS SITUATIONS. FALSE ESTIMATES OF THE.

Одной из сторон проблемы обеспечения высокого качества результатов экономического исследования является точность аппроксимации (подгонки) имевшихся количественных и качественных характеристик рассматриваемых процессов данными модельных расчетов. В то же время всегда имеется случайная ошибка модели, причинами которой, как правило, являются случайные ошибки измерения процессов, невозможность учета в модели влияний, воздействий, незначимых с точки зрения экономической теории факторов, и другие подобные причины. Особенно важно об этом помнить при моделировании так называемых индикаторов – предупреждений, по значениям которых делаются выводы о состоянии, в котором находится исследуемая система, и определяются меры, способные внести необходимые корректировки в тенденции развития наблюдаемого процесса. В связи с этим актуальной является задача определения границ множеств, соответствующих допустимым значениям факторов системы, а значит, дающих приемлемую в рамках данной задачи вероятность ошибки (риск) и не допускающих ошибочных выводов о состоянии системы.

Исследования в указанном направлении были начаты в связи с проблемой аэромеханического контроля [1]. Общие положения данной теории разработаны в [1–3]. Начало изучения возникновения опасных и допустимых состояний при моделировании связи между элементами систем регрессионными зависимостями положено в работе [4]. В ней для случая однофакторной регрессии описаны ситуации различной природы, влекущие ошибочные выводы о состоянии системы и, следовательно, приводящие к риску. Также в [4] указаны способы вычисления совокупного риска использования регрессионной зависимости и методы получения оптимальных для системы точности моделирования и риска моделей.

В данной статье рассматриваются многофакторные регрессионные зависимости. Доказывается, что включение в эконометрическую модель специфических [5] переменных (в нашем случае переменных, значения которых измерены с ошибкой) может создать определенные проблемы при использовании построенной модели. Для преодоления таких трудностей в данной работе указаны способы определения допустимого множества исходных состояний системы, а также предложены методы снижения рисков принятия ошибочных решений.

Постановка задачи и вычисление рисков. Предположим, что закономерности моделируемого процесса y складываются под влиянием n факторов x_1, x_2, ..., x_n. Изучим ситуацию, в которой зависимость между переменной y и независимыми переменными x_1, x_2, ..., x_n приближается линейной моделью вида $y = a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n + b + \delta y$, где a_1, a_2, ..., a_n, b — коэффициенты модели, δy — ошибка модели, обладающая «классическими» свойствами (ошибка и факторы независимы). Будем предполагать, что значения переменных измерены с ошибками:

$$y = \tilde{y} + \Delta y,\ x_i = \tilde{x}_i + \Delta x_i, \quad i = 1, \ldots, n,$$

где знак под переменной означает измеренное ее значение.

При наличии ошибок измерения у зависимой и независимых переменных рассматриваемая модель может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} y = a_1(x_1 + \Delta x_1) + a_2(x_2 + \Delta x_2) + ... \\ ... + a_n(x_n + \Delta x_n) + b + \delta y + \Delta y. \end{aligned} \quad (1)$$

Таким образом, в случайный член модели входит уже не только δy, но еще и ошибки измерения. Последнее нарушает предпосылки регрессионной модели, заключающиеся в том, что случайный член не зависит от объясняющих переменных. Данное обстоятельство является причиной использования при построении модели (1) нетрадиционного метода наименьших квадратов (МНК), а других методов, таких как метод инструментальных переменных, двухшаговый МНК и т. д. (см., например, [5—7]). Дальнейшие построения в основном связаны с видом регрессии (1), а не со способом ее построения. Поэтому для простоты изложения будем считать, что зависимость (1) получена обычным МНК в ситуации, например, когда не удается подобрать инструментальные переменные.

Особо определим оценочную величину y_o:

$$y_o = a_1\tilde{x}_1 + a_2\tilde{x}_2 + ... + a_n\tilde{x}_n + b = \tilde{y} - \delta y. \quad (2)$$

Предположим, что моделируемая система имеет опасные состояния [2], т. е. возможны ситуации, в которых система не способна выполнять свои целевые назначения. Оставшееся множество состояний составляют допустимые состояния. Это множество обозначим через $\Omega^{\text{ф}}_{\text{доп}}$. Рассмотрим случай, когда $\Omega^{\text{ф}}_{\text{доп}} = (\underline{y}_{\text{ф доп}}, \overline{y}_{\text{ф доп}})$. Заметим, что при изменении y возникает ошибка Δy и, следовательно, в общем случае $y \neq \tilde{y}$. Значит, не исключена ситуация, в которой фактическое значение $y \notin \Omega^{\text{ф}}_{\text{доп}}$, а измеренное значение $\tilde{y} \in \Omega^{\text{ф}}_{\text{доп}}$, т. е. система находится в области опасного состояния, а измеренные величины об этом не сигнализируют. Таким образом, необходимо учитывать ошибку измерения Δy, а значит, необходимо вводить новую область $\Omega^{\text{и}}_{\text{доп}} = (\underline{y}_{\text{и доп}}, \overline{y}_{\text{и доп}})$, которая позволит создать некоторый запас надежности. Методы построения подобных областей можно найти, например, в [2, 5]. Цель данной работы заключается в исследовании ситуации, в которой $\tilde{y}$ не измеряется, а находится с помощью регрессионных моделей. В этом случае решение — находится ли $\tilde{y}$ в $\Omega^{\text{и}}_{\text{доп}}$ или нет — принимается уже по оценочным значениям и приносит, таким образом, дополнительные сложности. Будем, кроме того, считать построенную зависимость моделью с постоянной структурой, что подразумевает неизменный характер связи между переменными. Это означает, что перед построением эконометрической зависимости путем некоторых особых тестов необходимо определить ту совокупность значений независимых переменных, на которой использование модели будет эффективно и правомерно. Предположим, что указанная совокупность образует множество $G_{\text{доп}}$.

Опишем ситуации, соответствующие различным положениям в пространстве y и $x = (x_1, \ldots, x_n)$ относительно описанных множеств. Для этого воспользуемся подходом, предложенным в [2]. Введем следующие события. В случае $y \in \Omega^{\text{ф}}_{\text{доп}}$ говорим, что имеет место событие A_1, в случае $\tilde{y} \in \Omega^{\text{и}}_{\text{доп}}$ – событие B_1. Если выполняется включение $x \in G_{\text{доп}}$, то имеет место событие C_1. Противоположные событиям A_1, B_1, C_1 события обозначим через A_2, B_2, C_2 соответственно.

Рассмотрим различные сочетания появления этих событий $A_i \cap B_j \cap C_k$, $i, j, k = 1, 2$. Разделим события на две группы. Первая группа состоит из событий $A_1 \cap B_1 \cap C_1$, $A_2 \cap B_2 \cap C_1$, C_2 и характеризуется тем, что при появлении этих сочетаний событий принимается верное решение: использовать полученную оценку состояния системы ($A_1 \cap B_1 \cap C_1$) или не использовать ($A_2 \cap B_2 \cap C_1$, C_2). Вторую группу событий образуют следующие сочетания: $A_2 \cap B_2 \cap C_1$ и $A_2 \cap B_1 \cap C_1$. В этих случаях принимается решение, которое может быть – не верным. В самом деле, если имеет место сочетание $A_1 \cap B_2 \cap C_1$, то фактические значения y и x находятся в своих допустимых областях, но по оценочной информации делается вывод о выходе y за допустимую область, что не так. Если же появляется сочетание $A_2 \cap B_1 \cap C_1$, то x находится в допустимой области, оценочная модель дает информацию о допустимом состоянии системы, фактическое же значение y находится вне допустимой области, и вновь неправильно фиксируется состояние системы. Таким образом, события из второй группы будут сопровождаться потерями ввиду неправильной оценки состояния системы.

Область $A_1 \cap B_2 \cap C_1$ назовем [2] областью ложной оценки, так как она сопровождается неверным выводом из показаний эконометрической модели и, как следствие, приводит к появлению ложной информации. Область $A_2 \cap B_1 \cap C_1$ назовем областью опасной ситуации, в этом случае оценочная модель не предупреждает о выходе из зоны допустимого состояния, т. е. состояние системы оценено не верно, нет сигнала о том, что система перестала выполнять свои целевые назначения. Под риском неправильного использования модели (1) будем понимать (ср. с [2]) вероятность неправильной оценки состояния системы, т. е. вероятность P наступления события $(A_1 \cap B_2 \cap C_1) \cup (A_2 \cap B_1 \cap C_1)$.

Вероятность наступления каждого из событий можно вычислить, используя подход, описанный в [2]. Будем считать, что множество $G_{\text{доп}}$ является параллелепипедом вида $G_{\text{доп}} = [c_1; d_1] \times \ldots \times [c_n; d_n]$.

Вычислим вероятность наступления события $A_1 \cap B_1 \cap C_1$:

$$\begin{aligned}
P(A_1 \cap B_1 \cap C_1) &= P(\underline{y}_{\text{ф доп}} < y < \overline{y}_{\text{ф доп}}) \cap \\
&\cap (\underline{y}_{\text{и доп}} < \tilde{y} < \overline{y}_{\text{и доп}}) \cap (x \in G_{\text{доп}})) = \\
&= P(\underline{y}_{\text{ф доп}} < a_1(x_1 + \Delta x_1) + a_2(x_2 + \Delta x_2) + \ldots \\
&\ldots + a_n(x_n + \Delta x_n) + \delta y + \Delta y < \overline{y}_{\text{ф доп}}) \cap \\
&\cap (\underline{y}_{\text{и доп}} < a_1(x_1 + \Delta x_1) + \ldots + a_n(x_n + \Delta x_n) + \\
&+ \delta y < \overline{y}_{\text{и доп}}) \bigcap_{i=1}^{n} (c_i < x_i < d_i)) = \\
&= P(\underline{y}_{\text{ф доп}} - y_{\text{о}} - \delta y < \Delta y < \overline{y}_{\text{ф доп}} - y_{\text{о}} - \delta y; \\
&\underline{y}_{\text{и доп}} - y_{\text{о}} < \delta y < \overline{y}_{\text{и доп}} - y_{\text{о}}; \\
&\bigcap_{i=1}^{n} (c_i - \tilde{x}_i < \Delta x_i < d_i - \tilde{x}_i)) = \\
&= \int\limits_{c_1 - \Delta x_1}^{d_1 - \Delta x_1} d\Delta x_1 \ldots \int\limits_{c_n - \Delta x_n}^{d_n - \Delta x_n} d\Delta x_n \int\limits_{\underline{y}_{\text{и доп}} - y_o}^{\overline{y}_{\text{и доп}} - y_o} d\delta y \times \\
&\times \int\limits_{\underline{y}_{\text{ф доп}} - y_o - \delta y}^{\overline{y}_{\text{ф доп}} - y_o - \delta y} W d\Delta y,
\end{aligned}$$

где $W = W(\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_n, \delta y, \Delta y)$ – совместная плотность распределения отклонений Δx_1, Δx_2, ..., Δx_n, δy, Δy.

Вероятность события $A_2 \cap B_2 \cap C_1$ вычисляется аналогично. Искомая P находится по формуле

$$P = 1 - P(A_1 \cap B_1 \cap C_1) - P(A_2 \cap B_2 \cap C_1). \quad (3)$$

Особо простым вычисление P становится в случае малости $P(A_2 \cap B_2)$, что встречается довольно часто, так как область $\Omega^{\text{ф}}_{\text{доп}}$, как правило, составляется из всех возможных фактических y. В этом случае имеем:

$$\begin{aligned}
P = 1 - &\int\limits_{c_1 - \Delta x_1}^{d_1 - \Delta x_1} d\Delta x_1 \ldots \int\limits_{c_n - \Delta x_n}^{d_n - \Delta x_n} d\Delta x_n \times \\
&\times \int\limits_{\underline{y}_{\text{и доп}} - y_o}^{\overline{y}_{\text{и доп}} - y_o} d\delta y \int\limits_{\underline{y}_{\text{ф доп}} - y_o - \delta y}^{\overline{y}_{\text{ф доп}} - y_o - \delta y} W d\Delta y.
\end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, из приведенных формул следует, что при известных границах допустимых областей для каждого x можно установить степень риска принятия ошибочного вывода о состоянии системы.

Обсудим теперь возможность уменьшения уровня риска в рассматриваемом пространстве переменных. Здесь можно говорить о двух возможных направлениях: 1) увеличении объема исходных данных или сужении области изменения независимой переменной, что повлияет на качество регрессии и тем самым снизит риск принятия ошибочного решения; 2) снижении качества эконометрической модели с целью обеспечить необходимый уровень риска. В первом случае имеется в виду, что улучшение (уточнение) моделируемой зависимости может привести к снижению отрицательных эффектов модели. Второй случай заключается в следующем: необходимо найти параметры эконометрической модели каким-либо из известных способов при дополнительном требовании $P \le P_{кр}$, где $P_{кр}$ – заранее заданное число. Так, если в классической схеме МНК оценка параметров модели получается за счет минимизации суммы квадратов фактической ошибки, то сейчас надо проводить ту же самую минимизацию при ограничении $P \le P_{кр}$. Такой подход к построению модели безусловно ведет к ухудшению ее качества, но при этом можно добиться некоторого снижения риска. К сожалению, в общем случае невозможно по понятным причинам говорить о каких-то гарантированных результатах и в том и в другом случаях. В то же время конкретные примеры говорят о целесообразности их использования. Далее рассмотрим введенные понятия на конкретном примере.

Апробация модели. Исследуем риски оценки стоимости квартиры. Рассмотрим регрессионную модель, описывающую формирование цены на двухкомнатную квартиру в г. Перми в зависимости от ее общей площади и расстояния до центра города. Используя статистические данные и картографическую информацию из [9], получим следующую линейную модель:

$$y = -0,0621 + 0,0645x_1 - 0,0976x_2 + \delta y, \quad (5)$$

где y – стоимость квартиры, млн руб.; x_1 – площадь квартиры, м^2; x_2 – расстояние от квартиры до центра города, км. Качество построенной модели подтверждается высоким значением коэффициента детерминации R^2 (0,76).

Обсудим некоторые моменты определения введенных величин.

Экспертные оценки позволяют говорить о следующих границах изменения факторов x_1, x_2: $x_1 \in [31,95]$, $x_2 \in [0; 15]$. При анализе удаленности жилья от центра возникают некоторые сложности. Это обусловлено тем, что под словом центр понимается не конкретная точка, а целая область, не всегда имеющая выпуклую кривую границы. В связи с этим естественно считать, что переменная x_2 из модели (4), характеризующая удаленность от центра, измеряется с некоторой ошибкой Δx_2, имеющей нормальное распределение $N(0, \sigma\Delta x_2)$ со среднеквадратичным отклонением $\sigma\Delta x_2$, равным диаметру условной окружности центра. На основании данных из [9] было установлено субъективное для г. Перми значение $\sigma\Delta x_2$, равное 1 км. Для расчетов также была проверена гипотеза о нормальности распределения ошибки δy ($m = 0$, $\sigma = 0,05$).

Кроме того, будем считать, что измеренные значения стоимости $\tilde{y}$ отличаются от фактических на некоторую величину Δy $(y = \tilde{y} + \Delta y)$, имеющую нормальное распределение с характеристиками (0; 0,573). Полученные с использованием построенной модели значения зависимой переменной определяются как $y_o = \tilde{y} - \delta y$.

В сложившихся на данный момент рыночных условиях допустимой областью фактических значений можно считать $\Omega^{ф}_{доп}(1,6; 7)$, допустимой измеренной – $\Omega^{и}_{доп}$ (2,4; 6,5). Заметим здесь, что наряду с уже названными причинами введения $\Omega^{и}_{доп}$ есть и другие. Например, в рассматриваемом случае понятно, что предложение квартиры по цене, близкой к той или иной границе $\Omega^{ф}_{доп}(1,6; 7)$, может у потребителя сразу вызвать отказ ввиду подозрений, вызываемых экстремальностью цены. Поэтому риэлтор должен повышать или понижать цену квартиры. Важно, говоря о диапазонах изменения фактических

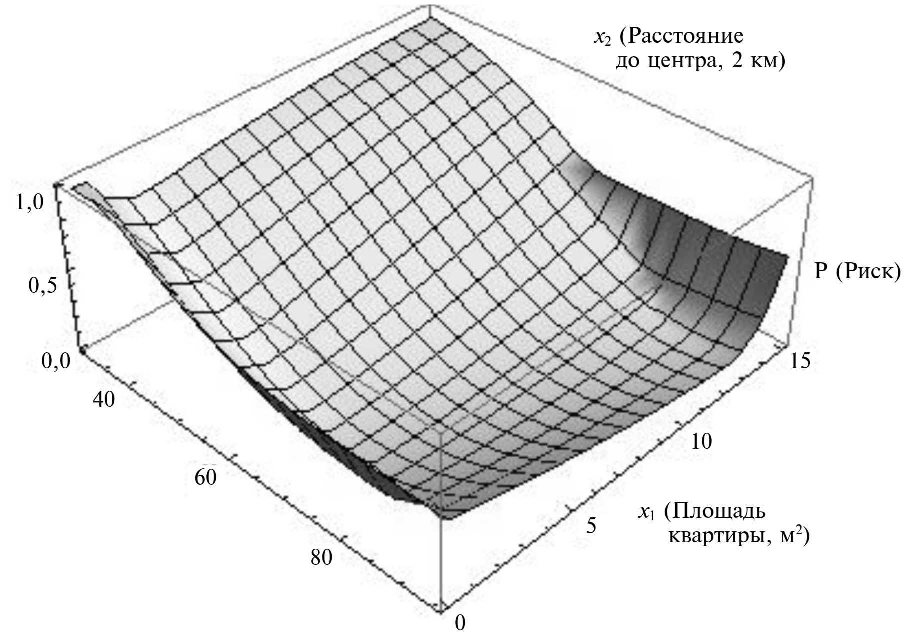

Рис. 1. Риск неправильного использования модели при оценке стоимости квартиры

и измеренных значений y, установить также область изменения оценочного y. Простые вычисления показывают, что это есть промежуток вида (1,87; 6,14). Таким образом, при некоторых значениях x_1 и x_2 оценочные y будут выходить за границы и $\Omega^{\text{и}}_{\text{доп}}$ и $\Omega^{\text{ф}}_{\text{доп}}$.

На рис. 1 представлена зависимость риска неправильного использования модели при оценивании стоимости квартиры от конкретных величин переменных x_1 и x_2. Величина $P(A_2 \cap B_2)$ в данном случае оказалась малой (меньше 0,01), и вычисления велись по формуле (4).

Полученные результаты проанализированы с точки зрения целесообразности использования модели в условиях риска различной величины. В соответствии с эмпирической шкалой [10] выделены границы множеств значений независимых переменных, соответствующие различным степеням риска (рис. 2).

Опираясь на результаты, приведенные на рис. 1, 2, можно сделать следующие выводы.

- несмотря на априорное определение допустимых границ фактической области, на достаточно широком множестве значений x_1, x_2 вероятность ошибки велика;
- риск увеличивается при приближении значений к границам изменения x_1, x_2.

Рассмотрим в условиях данного примера способы уменьшения вероятности ошибочных выводов об использовании модели. В предположении, что изменение структуры регрессионной зависимости повлияет на уровень риска, уменьшим диапазон исходных данных, а также проанализируем случай построения эконометрической модели с учетом ограничений на риск.

Рассмотрим независимые переменные в меньшем диапазоне. Ограничимся следующим изменением x_1, x_2: $(x_1, x_2) \in (31; 65) \cdot (0; 15)$. В этом случае модель приобретает вид $y_o = -0{,}062111 + 0{,}064470x_1 - 0{,}097634x_2$ ($R^2 = 0{,}67$). Анализ показывает, что фактически на всем новом диапазоне изменения x_1, x_2 происходит незначительное уменьшение риска. Наиболее характерным в этом смысле является сечение при $x_1 = 30$. На рис. 3 приведены графики риска в этом сечении для случаев исходного диапазона и уменьшенного.

Отметим, что при приближении к краю нового диапазона $x_2 = 0$ риск P, разумеется, увеличивается и становится выше по сравнению с моделью (4).

Видно, что с сокращением интервала лаг графика становится ниже, соответственно вероятность ошибочных действий сокращается. Это говорит о том, что в общем случае для

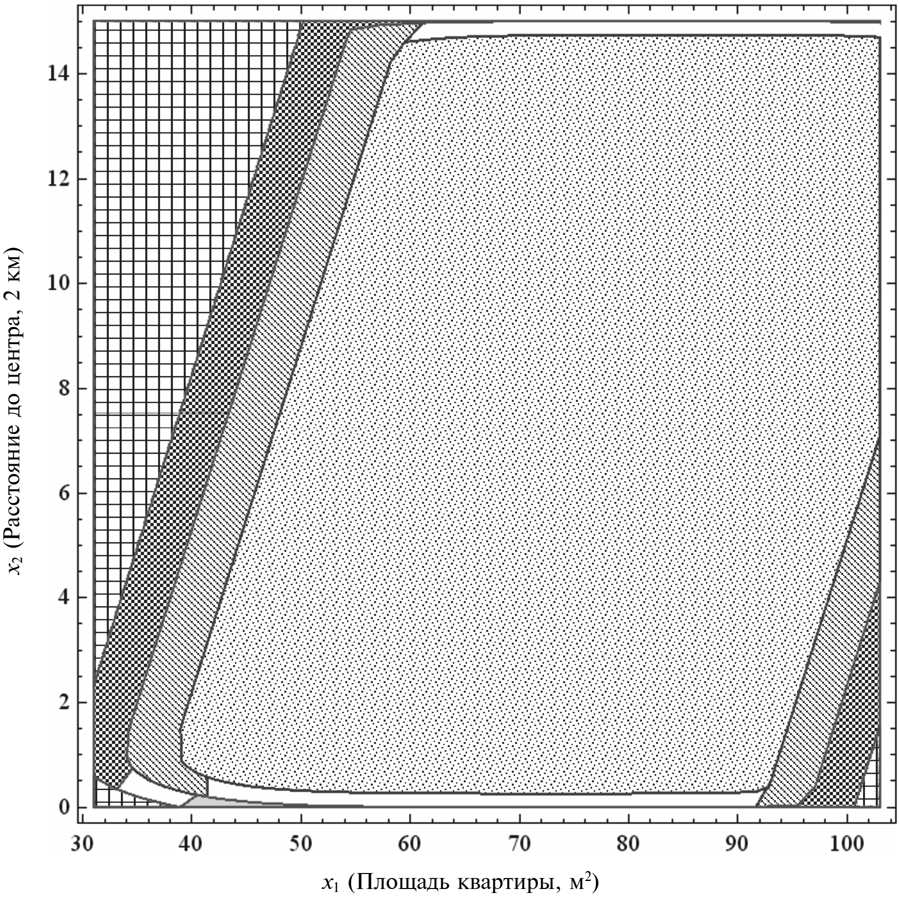

Рис. 2. Границы множеств значений независимых переменных в соответствии с различными степенями риска

Риск: (⊞) – критический [0,7; 1], (▩) – сильный [0,5; 0,7], (▧) – умеренный [0,3; 0,5], (⚄) – малый [0; 0,3]

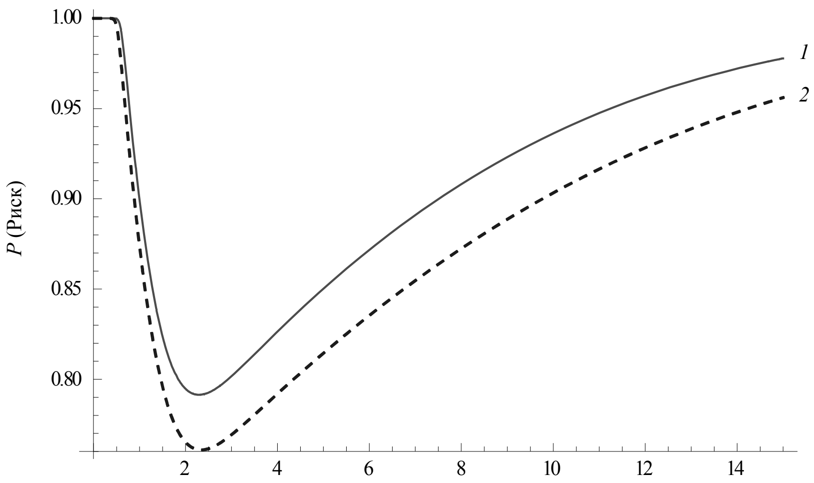

Рис. 3. Графики риска при $x_1 = 30$:

1 – исходный диапазон, *2* – уменьшенный уменьшения риска использования регрессионной зависимости нужно увеличивать объем изучаемых данных и вместе с тем тщательно подходить к выбору допустимых интервалов значений независимых переменных.

Однако на практике подобные меры не всегда оказываются возможными. В таком случае следует применить другой подход к сокращению риска: зафиксировать вероятность негативных последствий на подходящем уровне и, исходя из этого, управлять параметрами системы.

Исходная регрессия хорошо удовлетворяла эмпирическим данным: коэффициент детерминации $R^2 = 0{,}74$, но риск использования этой модели может оказаться слишком высоким. В такой ситуации можно пытаться снизить максимальную вероятность ошибочных действий за счет ухудшения качества регрессии, что хорошо заметно по результатам, представленным в следующей таблице.

Регрессия	a_1	a_2	b	R^2	$P_{кр}$
Исходная	0,06	−0,09	−0,06	0,74	1,0
2	0,04909	−0,00691	0,45179	0,67	0,9
3	0,03657	−0,00002	1,16645	0,46	0,75
4	0,00511	−0,000005	3,87174	0,21	0,5

Из таблицы видно, например, что можно добиться критической величины риска 0,4, но для этого придется использовать значительно худшую регрессию ($R^2 = 0{,}21$). Данные таблицы показывают, что уменьшение критического значения риска ведет к значительному снижению качества регрессии.

Итак, мы рассмотрели ситуации, в которых индикаторы экономических систем моделируются по своим измеренным значениям линейными многофакторными регрессиями. Оказывается, что в случаях существования границ изменения индикаторов имеется вероятность (риск) принятия неправильного решения. Ошибочное решение возникает в связи с трудностями правильной идентификации по моделируемым индикаторам попадания системы в опасное положение или ситуации, в которой пользоваться моделью нельзя. Для определения риска принимаемого решения мы предлагаем метод, известный по [1—4] и адаптированный к рассматриваемому случаю. Анализ формул показывает наличие особо высоких значений риска вблизи предельных значений независимых факторов. Управление риском или снижение вероятности неверного решения базируется на разных способах построения модели. В случае, когда интерес представляют лишь только какие-то локальные значения факторов, некоторого снижения можно добиться построением модели вблизи этих значений. В случае, когда необходим весь спектр значений факторов, можно пытаться ухудшать качество модели и тем самым влиять на риск. Результаты статьи проиллюстрированы на примере модели формирования рыночной стоимости квартиры с учетом ее площади и местоположения и в предположении, что расстояние от квартиры до центра измеряется с ошибкой.

Выражаем благодарность риэлтору корпорации «Перспектива» К.В. Ничипоренко за полезные советы и помощь в определении параметров, характеризующих рынок недвижимости г. Перми.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Живетин, В.Б.** Аэромеханический контроль [Текст] / В.Б. Живетин. Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2000. 195 с.

2. **Живетин, В.Б.** Риски и безопасность экономических систем (математическое моделирование) [Текст] / В.Б. Живетин. 2-е изд. М.: Изд-во Института проблем риска, 2005. 345 с.

3. **Живетин, В.Б.** Научный риск [Текст] / В.Б. Живетин. Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2003. 355 с.

4. **Севодин, М.А.** О некоторых рисках, возникающих при использовании линейных регрессионных зависимостей [Электронный ресурс] / М.А. Севодин, В.М. Севодина // Управление экономическими системами [Электронный научный журнал]. 2013. № 1. Режим доступа: http://uecs.ru/instrumentalnii-metody-ekonomiki/item/1947-2013-01-25-06-15-40

5. **Тихомиров, Н.П.** Эконометрика [Текст] / Н.П. Тихомиров, Е.Ю. Дорохина. М.: Экзамен, 2003. 512 с.

6. **Доугерти, К.** Введение в эконометрику [Текст] : учебник / К. Доугерти. 3-е изд. М.: Инфра-М, 2009. 465 с.

7. **Вербик, Марно.** Путеводитель по современной эконометрике [Текст] / Марно Вербик. М.: Науч. книга, 2008. 616 с.

8. ГОСТ 27.202–83. Методы оценки надежности по параметрам качества изготовляемой продукции [Электронный ресурс] / Госкомитет СССР по стандартам. М.: Госстандарт СССР. Режим доступа: www.doclad.ru/Basesdoc/7/7743/index/htm

9. Время закамское [Текст]. 2011. № 11(292). С. 16–19.

10. **Шапкин, А.С.** Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций [Текст] / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. 7-е изд. М.: Дашков и К°, 2009. 544 с.

11. **Мизгулин, Д.А.** Методологические подходы к определению содержания рисков в сфере налогообложения и налоговых рисков [Текст] / Д.А. Мизгулин // Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. 2011. № 1. С. 31–35.

REFERENCES

1. **Zhivetin V.B.** Aeromekhanichesky control [Aeromechanical control]. Kazan: Izd-vo Kazan. matem. ob-va, 2000. 195 s. (rus)

2. **Zhivetin V.B.** Riski i bezopasnost ekonomicheskikh sistem (matematicheskoye modelirovaniye) [Risks and Safety economic systems (mathematical modeling)]. 2-e izd. M.: Izd-vo Instituta problem riska, 2005. 345 s. (rus)

3. **Zhivetin V.B.** Nauchnyi risk [Scientific risk]. Kazan: Izd-vo Kazan. matem. ob-va, 2003. 355 s. (rus)

4. **Sevodin M.A., Sevodina V.M.** O nekotorykh riskakh, voznikaiushchikh pri ispol'zovanii lineinykh regressionnykh zavisimostei [On some of the risks arising from the use of linear regression sion dependencies]. *Upravlenie ekonomicheskimi sistemami.* Elektronnyi nauchnyi zhurnal. 2013. № 1. Rezhim dostupa: http://uecs.ru/instrumentalnii-metody-ekonomiki/item/1947-2013-01-25-06-15-40 (rus)

5. **Tikhomirov N.P., Dorokhina E.Ju.** Ekonometrika. [Econometrics]. M.: Ekzamen, 2003. 512 s. (rus)

6. **Dougerti K.** Vvedenie v ekonometriku: uchebnik [Introduction to Econometrics]. 3-e izd. M.: Infra-M, 2009. 465 s. (rus)

7. **Verbik Marno.** Putevoditel' po sovremennoi ekonometrike [Guide to Modern Econometrics]. M.: Nauchnaia kniga, 2008. 616 s. (rus)

8. GOST 27.202–83. Metody otsenki nadezhnosti po parametram kachestva izgotovliaemoi produktsii. Goskomitet SSSR po standartam [The State Standard 27.202–83. Methods for assessing the reliability of the parameters the quality of manufactured products]. M.: Gosstandart SSSR. Rezhim dostupa: www.doclad.ru/Basesdoc/ 7/7743/index/htm (rus)

9. Vremia zakamskoe [Time Kama]. 2011. № 11(292). S. 16–19. (rus)

10. **Shapkin A.S., Shapkin V.A.** Ekonomicheskie i finansovye riski. Otsenka, upravlenie, portfel investitsii [Economic and financial risks. Assessment, management, portfolio investments]. 7-e izd. M.: Dashkov i K°, 2009. 544 s. (rus)

11. **Mizgulin D.A.** Metodologicheskie podhody k opredeleniju soderzhanija riskov v sfere nalogooblozhenija i nalogovyh riskov [Methodological approaches to the determination of the content of the risks in the area of taxation and tax risks]. *Izvestija Sankt-Peterburgskogo universiteta jekonomiki i finansov*. 2011. № 1. S. 31–35. (rus)

ПЕРВАДЧУК Владимир Павлович – заведующий кафедрой прикладной математики Пермского национального исследовательского политехнического университета, доктор технических наук, профессор.
614000, Комсомольский пр., д. 29, г. Пермь, Россия, тел. (342)219-83-33, pervadchuk@mail.ru

PERVADCHUK Vladimir P. – Perm National Research Polytechnic University.
614000. Komsomolsky Av. 29. Perm. Russia. E-mail: pervadchuk@mail.ru

СЕВОДИНА Валентина Михайловна – студентка кафедры прикладной математики Пермского национального исследовательского политехнического университета.
614039, Комсомольский пр., д. 29а, г. Пермь, Россия. E-mail: valuha_sun@mail.ru

SEVODINA Valentina M. – Perm National Research Polytechnic University.
614000. Komsomolskiy Av. 29. Perm. Russia. E-mail: valuha_sun@mail.ru

СЕВОДИН Михаил Алексеевич – доцент кафедры прикладной математики Пермского национального исследовательского политехнического университета, кандидат физико-математических наук, доцент.
614039, Комсомольский пр., д. 29а, г. Пермь, Россия. E-mail: m.sevodin@mail.ru

SEVODIN Mikhail A. – Perm National Research Polytechnic University.
614000. Komsomolskiy Av. 29. Perm. Russia. E-mail: m.sevodin@mail.ru